高1･2 ベーシックレベル数学ＩＡを受講する皆さんへ

ようこそ，『スタディサプリ』の数学の講座へ！　この講座は

「数学ＩＡを用語や公式を覚えるところから学習したい」

という人にピッタリの講座です。

高１・高２の皆さんはもちろん，**それ以外の学年の人**も大歓迎です。

高校数学は，中学校で学んだ数学を理解していることが前提です。ある分野で何かがあいまいになっていると，高校数学でいきなりわからなくなってしまう，ということも少なくありません。心当たり，ありませんか？

でも，中学校でわからなかったから，今さらもう一回聞いてもわからない！そう思うかもしれません。ところがですね，あなたが「人の話を聞いてそれを理解する力」は，中学時代までと比べると，間違いなく「今のあなたの方が上」なのです。

あきらめるのはまだ早い。今のあなたは，中学校の頃とは違う！

この自覚が大切です。そしてその自覚をもって数学と向き合えば，高校からでも，今からでも，数学をちゃんと理解することができますよ。

また，この講座は可能な限り

中学校で学んだ公式を復習しながら，新しいところを学ぶ。

というコンセプトの元に作成されています。そして，

予習は必要なし！　「講義動画」で一から説明します！

テキストの使い方や，講座の受講の仕方については，後ほど詳しく説明します。

この講座をしっかり受講すれば，学校の授業の理解を深めることができますし，宿題もしっかりやることができるでしょう。**わかれば，面白い。面白ければ，もっとやりたくなる！**そんな自分になってみたいと思いませんか？

「人から人へ」。それは時代がどんなに進歩しても変わることがありません。直接会うことはなかなかできませんが，皆さんが真剣に動画を視聴すれば，まるで目の前に先生がいるような錯覚すら覚えることでしょう。なぜなら，先生はいつでも君たち一人ひとりが真剣に授業を受けている姿をカメラの向こうに思い浮かべながら授業しているのですから。

さぁ，そろそろ時間です。１回聞いてわからなければ，何回も受講して。その先に，必ず未来は開けています。ようこそ『スタディサプリ』の世界へ！

山内　恵介

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜前編　目次＞

第１章　数と式

第１講　式の計算と展開
§１　ある文字に着目する
§２　整式の整理
§３　整式の加法と減法，乗法
§４　展開

第２講　因数分解
§１　共通因数
§２　因数分解の公式
§３　たすきがけによる因数分解
§４　いろいろな因数分解

第３講　実数・絶対値・１次不等式
§１　実数
§２　根号を含む式の計算
§３　１次不等式
§４　絶対値を含む方程式・不等式

第４講　集合・命題と条件
§１　集合と要素，部分集合
§２　共通部分と和集合，全体集合と補集合
§３　命題と条件
§４　必要条件と十分条件，逆・裏・対偶

第２章　２次関数

第５講　２次関数とグラフ
§１　関数とその表し方
§２　２乗に比例する関数から２次関数へ
§３　２次関数のグラフ
§４　平方完成と２次関数のグラフ

第６講　２次関数のグラフと最大・最小
§１　２次関数の最大・最小
§２　定義域が限られた２次関数の最大・最小
§３　２次関数の決定
§４　放物線の平行移動

第７講　２次関数のグラフと２次方程式
§１　２次方程式の解法
§２　２次方程式の実数解の個数
§３　２次関数のグラフとx軸の共有点の座標
§４　２次関数のグラフとx軸の位置関係

第８講　２次不等式
§１　２次不等式と２次関数のグラフ
§２　２次不等式（グラフが接するとき）
§３　２次不等式
（グラフが共有点をもたないとき）
§４　２次不等式の応用

第３章　場合の数

第９講　個数を数える
§１　集合の個数
§２　場合の数の列挙と樹形図
§３　和の法則
§４　積の法則

第10講　順列
§１　順列
§２　順列の利用
§３　円順列
§４　重複順列

第11講　組合せ
§１　組合せ
§２　組合せの利用
§３　組分け
§４　同じものを含む順列

（以降，後編に続く）

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜高1･2 スタンダードレベル数学ⅠAⅡBとの対応表＞

講	タイトル	スタンダードレベル講座
第 1 講	式の計算と展開	第１講
第 2 講	因数分解	第２講
第 3 講	実数・絶対値・1次不等式	第３講
第 4 講	集合・命題と条件	第４講
第 5 講	2次関数とグラフ	第５講　5−1･5−2
第 6 講	2次関数のグラフと最大・最小	第５講　5−3･5−4 第６講
第 7 講	2次関数のグラフと2次方程式	第７講　7−1･7−2
第 8 講	2次不等式	第７講　7−3･7−4
	絶対不等式・2次方程式の解の存在範囲	第８講
第 9 講	個数を数える	第14講　14−1･14−2
第10講	順列	第14講　14−3･14−4 第15講　15−1･15−2
第11講	組合せ	第15講　15−3･15−4 第16講　16−1･16−2･16−3
	重複組合せ	第16講　16−4

※「スタンダードレベル講座」は，スタディサプリ**「高1･２ スタンダードレベル数学ⅠＡⅡＢ」**の対応する講を表しています。
この「スタンダードレベル数学」を受講することで，「ベーシックレベル数学ⅠＡ」の内容を復習し，さらに理解を深めることができます。ぜひ，「スタンダードレベル数学」へ進んでください。

＜講座の受講の仕方＞

ここでは，効果的な講座の受講の仕方についてお伝えします。講座は大きく「テキスト」「講義動画」「解答」に分かれています。この３つを効果的に使い，実力を伸ばしていきましょう。

① テキストについて

この講座のテキストは，講ごとに４つの §（セクション）に分かれています。

§1，§2，§3，§4 は，それぞれ次のような項目で構成されています。

「要点整理と公式」

⇒ そのセクションで習得すべき用語や要点，覚えるべき公式

「Point Pickup」

⇒「要点整理と公式」で学んだことをベースに，知識を整理

「講義問題」

⇒「要点整理と公式」「Point Pickup」で学んだことを定着させる問題

「練習問題」

⇒「講義問題」で学んだことを確認するための問題

「要点整理と公式」「Point Pickup」「講義問題」については，「動画」で解説を行います。それぞれの講や一部のセクションが未習，または理解が不十分でもまったく問題ありません。また，予習は必要ありません。

② 動画について

受講の準備ができましたら，テキストと筆記用具を手元におき，動画を再生してください。そして，真剣に受講して，先生がこの動画を通じて何を伝えたいのかを感じ取ってください。

それぞれの講の動画は，チャプター１からチャプター８（一部の講でチャプター９）まであります。これらのチャプターは，１つのセクションにつき２つのチャプター（一部３つのチャプター）がセットになっています。

（例）第１講　式の計算と展開

§1 ･･･ チャプター１ ＆ チャプター２

§2 ･･･ チャプター３ ＆ チャプター４

§3 ･･･ チャプター５ ＆ チャプター６

§4 ･･･ チャプター７ ＆ チャプター８

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

それぞれのセクションにおける，主な受講の流れを説明します。

(1)　１つ目のチャプターで，**「要点整理と公式」**を解説します。このセクションで習得すべき重要な要点や，新しい公式を説明します。

必要なことはあらかじめテキストに書いてあります。その上で，一部「穴埋め」や「記述」が必要な部分があります。集中力を保ちながら先生の話に全力で耳を傾け，テキストを完成させていきましょう。

(2)　２つ目のチャプターで，**1**，**2**，**3**，**4** といった**「講義問題」**を解説します。

まずは「要点整理と公式」で習ったことを，**「Point Pickup」**でまとめます。「要点整理と公式」と同じく，一部「穴埋め」「記述」になっています。また，一部新しい知識や考え方も出てきます。

その後，「Point Pickup」で整理した知識を元に，先生が実際に問題を解いていきます。それぞれの問題が，どのようにして解答に至るかを動画でじっくり学んでください。メモをとっても構いませんが，ただ板書を書き写しても何の意味もありません。大切なのは集中して授業を受講すること。言葉の一つひとつにしっかりと耳を傾けてください。

先生の解説を聞いたあとで，見開き右側のページの**「解答」**欄に実際に自分で解いてみましょう。もちろん解説の途中で，一時停止して問題を解いても構いません。もし解いている途中で手が止まってしまったら，動画を巻き戻して見てください。

また，**「解答集」**には途中計算が書いてありますので，それを見てもよいでしょう。

「要点整理と公式」→「Point Pickup」→「問題の解説」→「自分で問題を解く」

これで１つのセクションが終了です。１つのセクションでおよそ15分～20分です。

４つのセクションで１講分が終了します。時間がない時は，１日１セクションずつの受講で構いません。また，週末にまとめて１講分受講してもよいでしょう。

大事なのは

- **「集中力」**
- **「集中しよう」「何かをこの先生から得てやる」という「気持ち」**
- **数学ができるようになりたいという「思い」**

をもって受講することです。

動画に慣れていない人や，数学が苦手な人は，最初は「授業が速い！」と感じるかもしれません。この講座はいつでも画面を停止できます。また，必要に応じて何度も受講してください。受講を進めていくうちに，このペースにだんだん慣れていくでしょう。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

そして

・「やっぱり自分はできない」は厳禁！

です。あきらめず何度もチャレンジすること。必ずできるようになりますよ。

③ 復習について

その日の動画の受講が完了したら，「Point Pickup」をもう一度見てください。そして，

・このセクションから何を学んだか

を思い浮かべてみましょう。

また，後日，講義問題をもう一度解くことで，

・このセクションを受講して何ができるようになったか

を確かめてみましょう。もし解法が全然思いつかない，すっかり忘れてしまった，という場合は，もう一度そのセクションを受講することをお勧めします。

・「復習したときが，真の学習の完成」

です。

④ 確認テストについて

①～③が終わると，自分がその講の内容を本当に理解しているのか確かめたくなるはずです。各講の終わりに**「確認テスト」**を用意してあります。講義の問題に関連する問題ですので，この講で学んだことを参考に自力で解いてみましょう。

・「自分はちゃんと理解できているのか」

それを問題を解くことで確認することができます。解き終えたら，「解答」を見て答えをチェックしてみましょう。この確認テストを解くことで，あなたの知識はさらに定着します。

以上を繰り返すことにより，飛躍的に理解が深まり，数学がだんだん解けるようになっていきます。

そして，受講を続ける上で大切なのは

・ペースを作り，守る

ことです。各セクション，およそ15分～20分。それを，どこの曜日のどの時間帯にやるかを決めましょう。そして，決めた曜日の決めた時間にしっかりと受講しましょう。学校に通う，予備校に通うのと同じように，「スタディサプリ」を受ける時間，数学から逃げずに本気で向きあう時間，これを確保してください。学校の宿題があろうと，部活で疲労し

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

ていようと，ペースを守ること。できない理由を作らないこと。それができることで，確実な「実力向上」とそれができることによる「自信」につながります。

　このベーシックレベル講座は，あくまで基礎部分です。受講後は，**「高１・２ スタンダードレベル数学ＩＡⅡＢ」**に進んでみてください。どの講を見ればよいのかは,「対応表」に載っています。自分の知識がどのように応用できるのか，それを知ると，もっと数学が好きになりますよ。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第1講　式の計算と展開

§1　ある文字に着目する

要点整理 と 公式

要点 1 単項式

「単項式」… 数，文字，および数や文字をかけ算して作られた式。

(ex) 2，x，$4a^2b$

「係数」…… 単項式の数の部分。

(ex) $3x^4$ の係数は ＿＿＿

「次数」…… 単項式の中で，かけ合わされている文字の個数。

(ex) $-4x^2y^3=-4\times x\times x\times y\times y\times y$ より，$-4x^2y^3$ の次数は ＿＿＿

※２など，数だけの単項式の次数は０である。

ただし，数0の次数は考えない（０だけの項は，通常は次の行では書かないため)。

要点 2 多項式

「多項式」… いくつかの単項式を足してできた式。

その１つ１つの単項式を「項」といい，数字だけの項を「　　　　　」という。

(ex) $2x^2-3x+4=$ ＿＿＿＿＿＿＿＿ より，

この式の項は ＿＿＿＿＿＿＿＿，定数項は ＿＿＿ である。

「n 次式」… 多項式の各項の中で，最も次数が高い項の次数を，その多項式の「次数」といい，次数が n である多項式を「n 次式」という。

(ex) $-3x^2+4x-5$ は ＿＿＿ 次式である。

※単項式と多項式を合わせて「整式」という。

また，単項式を「項が1つの多項式」と考えると，多項式は整式と同じ，と考えられる。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ メモ }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

1

(1)　次の単項式で，［　］内の文字に着目したときの，係数と次数をいえ。

$-3ax^2y^3$　　［x］，［y］

(2)　次の多項式で，［　］内の文字に着目したとき，何次式であるかをいえ。

また，それぞれの文字に着目したときの定数項をいえ。

$3x^2+x-2y^3+4$　　［x］，［y］

Point Pickup

単項式の次数と係数

ある文字に着目するときは，他の文字は「　　　」と同じように考える。

$2x^2y$ について

x に着目すると＿＿＿＿であり，係数は＿＿＿，次数は＿＿＿である。

y に着目すると＿＿＿＿であり，係数は＿＿＿，次数は＿＿＿である。

多項式の次数と係数

多項式の定数項は，「　　　　　　」を含まない項である。

x^2+y+3について

x に着目すると＿＿＿＿であり，この式は＿＿次式で，定数項は＿＿＿である。

y に着目すると＿＿＿＿であり，この式は＿＿次式で，定数項は＿＿＿である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§2 整式の整理

要点整理 と 公式

要点 3 同類項と整式の整理

「同類項」… 文字の部分が同じ項。

(ex) $2x^2y$ と $-3x^2y$

同類項は1つにまとめる。

(ex) $2x^2y-3x^2y=$ ＿＿＿＿＿＿＿＿

「整理する」… 1つの整式の中で，同類項をまとめること。

「降べきの順」に整理… 整式を整理するときに，次数の高い項から並べること。

(ex) $2x-4-x^2+x^3$ を降べきの順に整理すると

＿＿＿＿＿＿＿＿

※整式を整理するときに，次数の低い項から並べることを，「昇べきの順」に整理するという。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ メモ }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2

(1)　次の整式を整理せよ。

$$x^2+3-x^3+5x-3x^2-2x^3+2$$

(2)　次の整式を x に着目して整理せよ。

$$2x^2+4xy-y^2-5x+3y+7$$

Point Pickup

整式の整理

整式の整理は，降べきの順に並べる　→　同類項をまとめる。

ある文字に着目して整理

着目していない文字が「　　　　」の扱いであることに注意。

$x^2+2x+xy-4$　を x について整理すると

$x^2+2x+xy-4=$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§3 整式の加法と減法，乗法

要点整理 と 公式

要点４ 整式の加法と減法

「和」… 加法（足し算）の結果。

「差」… 減法（引き算）の結果。

整式の和と差は，同類項をまとめることで計算できる。

要点５ 指数法則

「累乗」…… a を何回かかけたものを，a の累乗という。

（ex）a の「n 乗」

$a^n=\underbrace{a\times a\times\cdots\cdots\times a}$　　n を「指数」という。

＿＿個

■ 指数法則

m，n が正の整数のとき

① $a^m\times a^n=a^{m+n}$　（ex）$a^2\times a^3=(a\times a)\times(a\times a\times a)=$＿＿＿＿

② $(a^m)^n=a^{m\times n}$　（ex）$(a^2)^3=a^2\times a^2\times a^2=a^{2+2+2}=$＿＿＿＿

③ $(ab)^n=a^nb^n$　（ex）$(ab)^2=ab\times ab=(a\times a)\times(b\times b)=$＿＿＿＿

要点６ 整式の乗法

■ 分配法則

① $A(B+C)=AB+AC$　（ex）$2(3x+4)=2\cdot3x+2\cdot4=$＿＿＿＿

② $(A+B)C=AC+BC$　（ex）$(3x-5)\times(-7)=$＿＿＿＿

※記号「・」は，記号「×」と同じく「積」を表す。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛メモ｝

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3

（1）$A=x^2+x+3$，$B=2x^2-x-5$ のとき，$A+B$，$A-B$ を計算せよ。

（2）$2a^2\times(-3a^3)^2$ を計算せよ。

（3）次の計算をせよ。

（i）$2x(x^2-3x)$　　（ii）$(x^2-3xy-2y)\times(-xy)$

Point Pickup

整式の減法

$A-B$ は，Bの「　　　　」をすべて変えて計算。

(単項式)×(単項式)

(単項式)×(単項式)の計算は，係数 → 文字 の順で計算。

(単項式)×(多項式)，(多項式)×(多項式)

(単項式)×(多項式)，(多項式)×(多項式)の計算は，「　　　　　　」を用いて計算する。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§4 展開

要点整理 と 公式

要点7 展開

「展開」……　積の形の整式を，単項式の和の形に表すこと。

(ex) $(a+b)(c+d)=$

要点8 展開の公式

積の形がある特別な形をしているとき，以下の「展開の公式」により，その展開の途中計算を省略することができる。

■ 展開の公式

① $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

(ex) $(x+3)^2=$ ＿＿＿＿＿＿＿＿

② $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

(ex) $(x-2)^2=$ ＿＿＿＿＿＿＿＿

③ $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

(ex) $(x+4)(x-4)=$ ＿＿＿＿＿＿＿＿

④ $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

(ex) $(x+3)(x-5)=$ ＿＿＿＿＿＿＿＿

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

また，$(ax+b)(cx+d)$ の形は，以下の公式で展開することができる。

■ **展開の公式**

⑤　$(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$

（ex）$(2x+3)(4x-5)=$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

4

(1)　次の式を展開せよ。

(i)　$(2x+1)^2$　　(ii)　$(3x-2y)^2$

(iii)　$(3x+5y)(3x-5y)$　　(iv)　$(x-7y)(x-5y)$

(2)　次の式を展開せよ。

(i)　$(2x+3)(3x-4)$　　(ii)　$(x+3y)(3x-7y)$

Point Pickup

整式の展開

展開の「公式」が使える形を見抜き，積極的に公式を活用する。

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$　　$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$　　$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

$(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$

「　　　の暗算」がカギ

$(ax+by)(cx+dy)=acx^2+(ad+bc)xy+bdy^2$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{解答}

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第1講　確認テスト

1　多項式 $x-7y+6x^3+1$ は，x に着目すると［ア］次式，yに着目すると［イ］次式である。

2　$A=2x^2-4x-5$，$B=x^2-2x+2$ のとき，$2A-B=$［ウ］x^2-［エ］$x-$［オカ］である。

3　$2xy^2\times(3xy)^2$ を計算すると［キク］$x^{[ケ]}y^{[コ]}$ となる。

4　次の式を展開せよ。

(1)　$(3x-4y)^2=9x^2-$［サシ］$xy+16y^2$

(2)　$(3x+2)(4x-5)=12x^2-$［ス］$x-10$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ Note }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第2講　因数分解

§1　共通因数

要点整理 と 公式

要点1　因数分解

「因数分解」… 整式を，２つ以上の整式(１次以上)の「　　の形」で表すこと。

積を作っているそれぞれの式を，もとの式の「因数」という。

(ex)　$x^2-x-20=(x+4)(x-5)$

x^2-x-20 の因数は「　　　　　」と「　　　　　」

※因数分解は，展開の逆の操作である。

ただし，展開は分配法則で必ずできるが，因数分解はいつでもできるとは限らない。

要点2　共通因数でくくる

「共通因数」… 整式において，各項に同じ因数があるとき，その因数を共通因数という。

(ex)　$2x^2-6x=2x\cdot x-2x\cdot 3$　　…「　　　」が共通因数

整式の因数分解において，すべての項に共通な因数があれば，その共通因数をかっこの外に「　　　　　　　」。

(ex)　$2x^2y-6xy^2=$

※因数分解においては，共通因数があればそれをすべてくくり出す必要がある。

$2x^2-6x=x(2x-6)$ は，変形としては正しいが，因数分解としては不十分。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ メモ }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

1

（1）次の式を因数分解せよ。

(i) $15x^3-5x^2y$　　(ii) $6a^2bc-9ab^2c+12abc^2$

（2）次の式を因数分解せよ。

(i) $(a-4)x+(a-4)y$　　(ii) $(a-b)x^2+(b-a)y$

Point Pickup

因数分解の基本

因数分解は，まず「　　　　　　　　」でくくる。

共通因数が多項式の因数分解

因数分解において，共通因数が多項式の場合もある。展開は厳禁。

慣れないうちは同じものを「　　　　　　　　」とよい。

(ex) $(a+b)x-(a+b)y$ を因数分解するとき，$a+b=A$ とおくと

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛解答｝

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§2 因数分解の公式

要点整理 と 公式

要点3 因数分解の公式(1)

整式がある特別な形をしているとき,「因数分解の公式」を使って因数分解することができる。

展開の公式①，②，③を逆にみると，以下の公式が得られる。

■ 因数分解の公式

① $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

② $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$

③ $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

(ex) $x^2+6x+9=$ ＿＿＿＿＿＿＿＿

$x^2-4x+4=$ ＿＿＿＿＿＿＿＿

$x^2-16=$ ＿＿＿＿＿＿＿＿

展開の公式④を逆にみると，以下の公式が得られる。

■ 因数分解の公式

④ $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$

(ex) $x^2-2x-15=$ ＿＿＿＿＿＿＿＿

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ メモ }

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2

(1)　次の式を因数分解せよ。

(i)　$x^2+8xy+16y^2$　　(ii)　$9x^2-12xy+4y^2$

(iii)　$25x^2-49$　　(iv)　$16x^2-y^2$

(2)　次の式を因数分解せよ。

(i)　x^2+6x+5　　(ii)　x^2+x-6

(iii)　$x^2-8xy+15y^2$　　(iv)　$x^2-13xy+30y^2$

Point Pickup

公式による因数分解

因数分解の公式が使える形を見抜き，公式を利用する。

$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$　　$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$

$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$　　$x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$

x^2+Ax+Bの因数分解

①　積が B となる２数 a，b を考える。

②　２数の和 $a+b$ が A となれば，$(x+a)(x+b)$と因数分解できる。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛解答｝

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§3 たすきがけによる因数分解

要点整理 と 公式

要点４ 因数分解の公式(2)

展開の公式⑤を逆にみると，以下の公式が得られる。

■ 因数分解の公式

⑤　$acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)$

（ex）$8x^2+10x+3$

$=4\cdot2x^2+(4\cdot1+3\cdot2)x+3\cdot1$

$=(4x+3)(2x+1)$

この形の因数分解には「　　　　　　　　」という手法を使うとよい。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛メモ｝

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3

次の式を因数分解せよ。

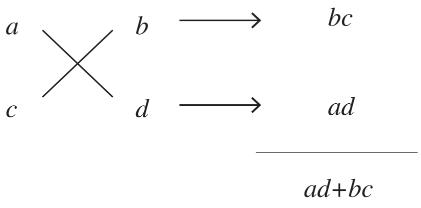
(1)　$5x^2+7x+2$　　(2)　$4x^2-8x+3$

(3)　$2x^2+x-6$　　(4)　$6x^2+5x-6$

(5)　$12x^2-13xy-4y^2$

Point Pickup

Ax^2+Bx+C の因数分解



①　積が A となる 2 数 a，c を考える。

②　積が C となる 2 数 b，d を考える。

③　「　　　　　　　」を行い，

その「　　　　」$ad+bc$ が B となれば，$(ax+b)(cx+d)$ と因数分解できる。

(ex)　$2x^2+7x+3$ を因数分解する。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛解答｝

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§4 いろいろな因数分解

要点整理 と 公式

要点5 おき換えによる工夫

（　　　）でくくられた式を，ある文字でおき換えることで，

「因数分解の公式」が使える形となる場合がある。

（ex）$(x+y)^2+4(x+y)+3$ を因数分解する。

$x+y=X$とおくと

$(x+y)^2+4(x+y)+3=$

要点6 1文字整理

複数の文字を含む式の因数分解は，１つの文字に「　　　　」して整理する。

（ex）$xy+x+y+1$ を因数分解する。

x に着目すると

$xy+x+y+1=$

y に着目すると

$xy+x+y+1=$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ メモ }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

4

(1)　次の式を因数分解せよ。

(i)　$(x-y)^2-4(x-y)-12$　　(ii)　$(x-2y)^2+8(2y-x)+16$

(2)　次の式を因数分解せよ。

(i)　$ab-a+2b-2$　　(ii)　$x^2+xy+x+2y-2$

Point Pickup

おき換えによる因数分解

(　　　)でくくられた式や，同じ式を，ある文字でおき換えることで，

①「　　　　　　」としてくくり出す。

②「　　　　」を使う。

①，②のために，ある式を「　　　　　　」でくくり出す場合がある。

１文字整理

いずれか１つの文字に「　　　　」して整理し，因数分解する。

着目する文字によって次数が異なる場合は，最も次数が「　　　　」文字に着目するとよい。

$x^2+xy+2x+y+1$ は

x については______次式，y については______次式

→______に着目するとよい。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛解答｝

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第2講　確認テスト

1 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^2-3xy-54y^2=(x+$ ア $y)(x-$ イ $y)$

(2) $2x^2-5x+2=($ ウ $x-$ エ $)(x-$ オ $)$

(3) $6x^2-5x-6=($ カ $x+$ キ $)($ ク $x-$ ケ $)$

(4) $a^2+ab+2a+4b-8=(a+$ コ $)b+a^2+2a-8$

$=(a+$ コ $)b+(a+$ サ $)(a-$ シ $)$

$=(a+$ ス $)(a+b-$ セ $)$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ Note }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第3講　実数・絶対値・1次不等式

§1 ▶ 実数

要点整理 と 公式

要点 1 実数

「有理数」…… 2つの整数 m, n を用いて $\frac{m}{n}$ の形で表される数（ただし$n \neq 0$）。

（ex）$\frac{3}{4}$,　　$2=$______,　　$-0.3=$____________

「有限小数」… 小数第何位かで終わる小数。　（ex）$\frac{3}{4}=0.75$

「無限小数」… 小数部分が無限に続く小数。

（ex）$\frac{1}{3}=0.333\cdots\cdots$,　$\frac{4}{37}=0.108108\cdots\cdots$,　$\pi=3.1415\cdots\cdots$

無限小数の中で，ある所から同じ数字の並びが繰り返される小数を「　　　　　　」という。

循環小数は次のように書き表すことができる。

$0.333\cdots\cdots=0.\dot{3}$,　　$0.108108\cdots\cdots=0.\dot{1}0\dot{8}$

有理数は，整数，有限小数，循環小数のいずれかである。

また，循環しない無限小数を「無理数」という。

有理数と無理数を合わせて

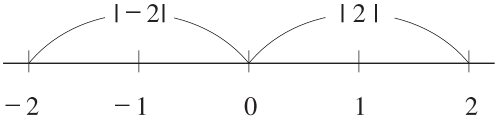
「　　　　　」という。

- 実数
  - 有理数
    - 整数（自然数，0，負の整数）
    - 有限小数
    - 循環小数 ｝無限小数
  - 無理数（循環しない無限小数） ｝無限小数

要点 2 絶対値

「絶対値」… 数直線上で，原点（数 0 を表す点）から実数 a までの「　　　　　」。

a の絶対値を________と表す。



（ex）2 の絶対値は__________

-2 の絶対値は__________

$|0|=0$ である。また，$|a| \geqq 0$ である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ メモ }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

1

(1)　次の分数を循環小数の表し方で書け。　(i)　$\frac{2}{3}$　(ii)　$-\frac{7}{33}$

(2)　循環小数 $0.\dot{2}$ を分数で表せ。

(3)　次の値を求めよ。

(i)　$|4|$　(ii)　$|-3|$　(iii)　$|\sqrt{2}-2|$

Point Pickup

分数を循環小数で表す

(分子)÷(分母)を実際に計算し，繰り返される部分を見つける。

循環小数を分数で表す

① 求めたい循環小数を x とおく。

② 循環している部分が□桁 $\Longrightarrow$ $10^{\square}x$ を考える。

③ $10^{\square}x-x$ を計算し，x を求める。

$0.\dot{5}1\dot{8}$を分数で表す。

$x=0.\dot{5}1\dot{8}$とおく。循環している部分が＿＿＿桁なので，10　$x=$＿＿＿＿x を考える。

絶対値

$a \geqq 0$ のとき　$|a|=a$　　$a<0$ のとき　$|a|=-a$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§2 ▶ 根号を含む式の計算

要点整理 と 公式

要点2 平方根

「平方根」… 2乗するとaになる数を，aの平方根という。

aの平方根を「根号（$\sqrt{\ }$ ：ルートと読む）」を使って表すことができる。

aが正のとき，aの平方根のうち正の方を＿＿＿＿，負の方を＿＿＿＿と表す。

これらをまとめて＿＿＿＿＿と表すことができる。

(ex) 2の平方根は　$\sqrt{2}$　と　$-\sqrt{2}$　（まとめて$\pm\sqrt{2}$と表すことができる）

$a>0$ のとき　$\left(\sqrt{a}\right)^2=a,\quad \left(-\sqrt{a}\right)^2=a,\quad \sqrt{a^2}=a$

(ex) $\left(\sqrt{3}\right)^2=$＿＿＿，　$\left(-\sqrt{3}\right)^2=$＿＿＿，　$\sqrt{25}=\sqrt{5^2}=$＿＿＿

※$\sqrt{(-5)^2}=$＿＿＿＿＿

※一般に，実数aについて　$\sqrt{a^2}=|a|$　である。また0の平方根は　$|0|=0$　だけである。

要点3 平方根の乗法と除法

■ 平方根の積と商

$a>0$，$b>0$ のとき　$\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab},\quad \sqrt{a}\div\sqrt{b}=\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}$

(ex) $\sqrt{2}\times\sqrt{3}=$＿＿＿＿＿＿＿　　$\dfrac{\sqrt{15}}{\sqrt{3}}=$＿＿＿＿＿＿＿

要点4 分母の有理化

「分母の有理化」… 分母に根号を含まない形にすること。

(ex) $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

$\dfrac{2}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ メモ }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2

(1)　次の計算をせよ。

(i)　$\sqrt{2}\times\sqrt{6}$　　(ii)　$\sqrt{12}-\sqrt{27}$

(iii)　$\left(\sqrt{5}-2\sqrt{2}\right)^2$　　(iv)　$\left(\sqrt{7}-2\right)\left(\sqrt{7}+2\right)$

(2)　次の式の分母を有理化せよ。

(i)　$\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$　　(ii)　$\dfrac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}$　　(iii)　$\dfrac{4}{3+\sqrt{7}}$

Point Pickup

平方根の四則計算

・$\sqrt{k^2a}=k\sqrt{a}$　$(k>0)$　を活用し，$\sqrt{}$ の中を小さくする。

・$\left(\sqrt{a}\right)^2=a$，　$\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{ab}$，　$\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}$　$(a>0,\ b>0)$

・和と差は，文字式と同じように計算する。展開公式の利用。

分母の有理化

$\left(\sqrt{a}\right)^2=a$，$\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)=$ ＿＿＿＿＿ を利用し，分母に $\sqrt{}$ を含まない形に。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛解答｝

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§3 ▶ 1次不等式

要点整理 と 公式

要点4 不等式と不等号

「**不等式**」… 数量の大小関係を，不等号を用いて表した式。

$a<b$ … a は b より小さい

$a>b$ … a は b より大きい

$a\leqq b$ … a は b 以下　（a は b より小さい，または b と等しい）

$a\geqq b$ … a は b 以上　（a は b より大きい，または b と等しい）

要点5 不等式の性質

■ **不等式の性質**

$A<B$ のとき　$A+C<B+C$，$A-C<B-C$

$A<B$ のとき

$C>0$　ならば　$AC<BC$，$\dfrac{A}{C}<\dfrac{B}{C}$　　$C<0$　ならば　$AC>BC$，$\dfrac{A}{C}>\dfrac{B}{C}$

（ex）$-1<2$ の両辺に負の数 -3 をかけると

左辺は　$(-1)\times(-3)=3$　　　右辺は　$2\times(-3)=-6$

$3>-6$　より，左辺と右辺の大小関係は「　　　　　　」。

要点6 不等式の解

不等式の「解」… 不等式を成り立たせる文字の値。

（ex）不等式　$x-2<1$ において，$x=2$，$x=1$，$x=0$ など

以降は，不等式のすべての解を，不等式の解とする。

不等式の解を求めることを，不等式を「解く」という。

$x-3<0$ のように，不等式の右辺が 0 になるように整理したとき，

左辺が x の 1 次式になる不等式を，x の 1 次不等式という。

1 次不等式は，不等式の性質を使って解くことができる。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

（ex）$-2x+1<7$

$-2x<7-1$　移項する（両辺から1を引く）

$-2x<6$

$x>-3$　両辺を-2で割る（不等号の向きが変わる）

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3

(1)　次の1次不等式を解け。

(i)　$7x+8<4x-13$　　(ii)　$3(x-2)<2(5x+4)$

(iii)　$0.4x+0.2>-0.1x+1.4$　　(iv)　$\frac{1}{2}x+1\geqq\frac{4}{3}x-\frac{1}{6}$

(2)　連立不等式 $\begin{cases}-x+4>2x-2\\5x-1\geqq 3x+1\end{cases}$ を解け。

Point Pickup

不等式の性質

不等式の両辺に負の数をかけたり，両辺を負の数で割ったりすると，

不等号の「　　　　」が変わる。

1次不等式の解法

①　かっこ ⇒「　　　　」　小数 ⇒「　　　　　　」　分数 ⇒「　　　　　　　」

②　x の項を左辺に，数の項を右辺に集め，両辺を x の係数で割る。

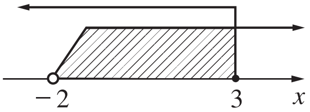
連立不等式の解法

①　それぞれの不等式を解き，その解を数直線上に「　　　　」する。

②　図から，解の「　　　　　　」を求める。

$x>-2$ と $x\leqq 3$ の共通部分は

右図より ＿＿＿＿＿＿＿＿



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

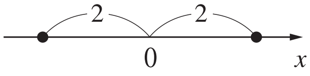
§4 ▶ 絶対値を含む方程式・不等式

要点整理 と 公式

要点 7 絶対値を含む方程式

方程式 $|x|=2$ を満たす x は「絶対値が2となる数」である。

よって，方程式 $|x|=2$ の解は



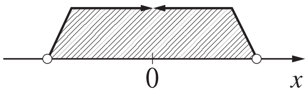
____________ である。

（まとめると __________ ）

要点 8 絶対値を含む不等式

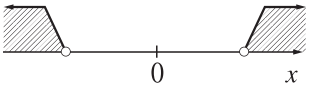
不等式 $|x|<2$ を満たす x は「絶対値が2より小さい数」である。

よって，不等式 $|x|<2$ の解は



____________ である。

不等式 $|x|>2$ を満たす x は「絶対値が2より大きい数」である。



よって，不等式 $|x|>2$ の解は

____________ である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ メモ }

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

4

(1)　次の方程式を解け。　(i)　$|x|=3$　　(ii)　$|x-1|=3$

(2)　次の不等式を解け。

(i)　$|x|<3$　　(ii)　$|x+2|<3$

(iii)　$|x|\geqq 3$　　(iv)　$|x-3|\geqq 3$

Point Pickup

絶対値を含む方程式・不等式

$c>0$ のとき

方程式　$|x|=c$　の解は　＿＿＿＿＿＿＿＿

不等式　$|x|<c$　の解は　＿＿＿＿＿＿＿＿

不等式　$|x|>c$　の解は　＿＿＿＿＿＿＿＿

方程式　$|x+1|=2$　を解く。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛解答｝

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第3講　確認テスト

1 $\dfrac{\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$ の分母を有理化すると $\boxed{\text{ア}}\sqrt{3}+\boxed{\text{イ}}$ となる。

2 不等式　$5x-1>8x-7$　の解は　$x<\boxed{\text{ウ}}$　である。

3 連立不等式 $\begin{cases} 2x+4\leqq 10 \\ -4-x\leqq 2x+2 \end{cases}$ の解は　$-\boxed{\text{エ}}\leqq x\leqq\boxed{\text{オ}}$　である。

4 次の方程式，不等式を解け。

(1)　$|x-1|=5$　　$x=\boxed{\text{カ}}$，$-\boxed{\text{キ}}$

(2)　$|x+1|<4$　　$-\boxed{\text{ク}}<x<\boxed{\text{ケ}}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ Note }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第4講　集合・命題と条件

§1　集合と要素，部分集合

要点整理 と 公式

要点1 集合とは

「集合」…　範囲のはっきりしたものの集まり。

「要素」…　集合を構成する１つ１つのもの。

x が集合 A の要素であることを x ＿＿＿ A と表す。

x が集合 A の要素でないことを x ＿＿＿ A と表す。

（ex）自然数全体の集合を A とすると

1 ＿＿＿ A，　$\frac{3}{2}$ ＿＿＿ A，　-2 ＿＿＿ A，　0 ＿＿＿ A

要点2 集合の表し方

集合は，$\{\quad\}$ の中にその要素を書き並べて表す。

（ex）　10 の正の約数全体の集合を A とすると　$A=\{\qquad\qquad\}$

20 以下の自然数全体の集合を B とすると　$B=\{\qquad\qquad\}$

要素が満たすべき条件を示す書き方もある。

（ex）　10 の正の約数全体の集合を A とすると　$A=\{\qquad\qquad\}$

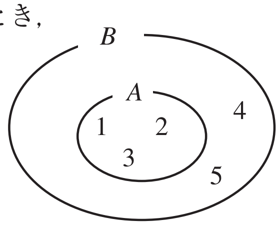
要点3 部分集合

「部分集合」…　２つの集合 A，B において，A のどの要素も B の要素であるとき，

A は B の「　　　　」であるといい，A ＿＿＿ B と表す。

（ex）$A=\{1,\ 2,\ 3\}$，$B=\{x \mid x$ は5以下の自然数$\}$ のとき，

$A \subset B$ である。



「空集合」…　要素が１つもない集合。＿＿＿と表す。

どんな集合においても，空集合はその部分集合である。

２つの集合 A と B の要素がすべて一致しているとき，A と B は「等しい」といい，

$A=B$ と表す。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ メモ }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

1

(1) 次の集合を，$\{\quad\}$ の中に要素を書き並べて表せ。

(i) 1 以上 30 以下の 3 の倍数全体の集合 A

(ii) 24 の正の約数全体の集合 B

(2) $A=\{2, 3, 5, 7\}$ と次の集合との間に成り立つ関係を，記号$\subset$，$=$を用いて表せ。

$B=\{2,\ 3\}$，$C=\{x\,|\,x$ は 10 以下の素数$\}$, $D=\{1,\ 2,\ 3,\ 5,\ 7\}$，$E=\varnothing$

Point Pickup

集合の表し方

要素を $\{\quad\}$ の中に書き並べて表す。条件を書く方法もある。

集合の関係（包含関係）

要素を書き並べて表した 2 つの集合 A，B について

A の要素が B にすべて含まれている $\Longrightarrow$ A ＿＿＿ B

A の要素が B の要素と完全一致 $\Longrightarrow$ A ＿＿＿ B

空集合$\varnothing$は，すべての集合の部分集合である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

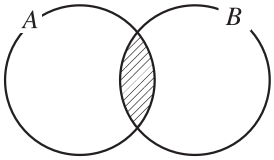
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§2 ▶ 共通部分と和集合，全体集合と補集合

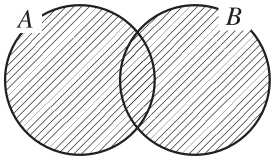
要点整理 と 公式

要点4 共通部分と和集合

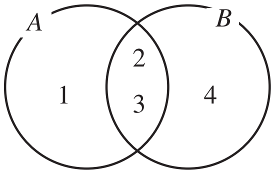
「共通部分」… ２つの集合 A，B の「　　　　　」に入っている
要素全体の集合を，集合 A と B の「　　　　　　　」
といい，A ＿＿＿ B と表す。



「和集合」… 2つの集合 A，B の「　　　　　　　　　　」に入って
いる要素全体の集合を，集合 A と B の「　　　　　　」
といい，A ＿＿＿ B と表す。



（ex） $A=\{1,\ 2,\ 3\}$，$B=\{2,\ 3,\ 4\}$ のとき
$A\cap B=\{\qquad\qquad\}$
$A\cup B=\{\qquad\qquad\qquad\}$

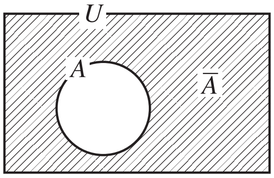


※右上のように，集合とその要素を図に表したものを「　　　　　　」という。

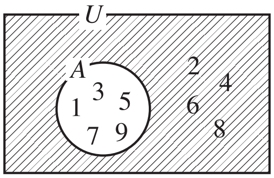
要点5 全体集合と補集合

「全体集合」… １つの集合 U を定めて，U の要素や部分集合だけを考えるとき，
集合 U を「　　　　　　」という。

「補集合」…… 全体集合 U の部分集合 A に対して，U の
要素のうち A に属さないもの全体の集合を，
A の「　　　　　」といい，＿＿＿で表す。



（ex） $U=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9\}$ を全体集合とするとき，
$A=\{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9\}$ について，$\overline{A}=\{\qquad\qquad\qquad\}$



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ メモ }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2

（1）$U=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ を全体集合とする。2 つの集合 $A=\{1, 2, 3, 4, 5\}$，$B=\{2, 4, 6, 8\}$ について，次の集合を求めよ。

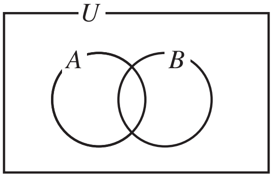
(i) $A\cap B$　(ii) $A\cup B$　(iii) $\overline{A}$　(iv) $\overline{A}\cap B$

（2）$\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$，$\overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$ が成り立つことを，図を用いて確かめよ。

Point Pickup

2つの集合の共通部分と和集合

⟹「　　　　」をかいて考える。



① 右図のようにベースとなる図をかく。

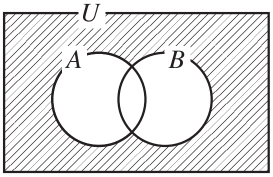
②「　　　　　」$A\cap B$ となる要素を図に書き入れる。

③ A，B のそれぞれの要素で，$A\cap B$ でないものを書き入れる。

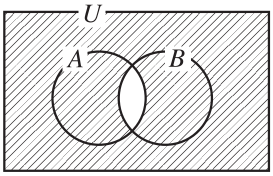
④ U の要素のうち，「　　　　」$A\cup B$ でないものを書き入れる。

ド・モルガンの法則

① $\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$



② $\overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛解答｝

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§3 ▶ 命題と条件

要点整理 と 公式

要点6 命題

「命題」… 正しいか正しくないかが明確に決まる文や式。

(ex)「-1は自然数である」は______

「10000は大きい数である」は______

命題が正しいとき，その命題は「　　　」であるといい，

命題が正しくないとき，その命題は「　　　」であるという。

(ex)「2は6の約数である」は______の命題である。

要点7 条件

「条件」… 文字を含む文や式。　(ex)「$x>2$」　「x は自然数である」

x に関する2つの条件 p, q を，$p: x>3$，$q: x \geqq 0$ とする。

命題「$x>3$ ならば $x \geqq 0$」は，p, q を用いると「p ならば q」と表される。

これを記号「　　　」を用いて「p　　　　q」と表すことができる。

「p ならば q」(「$p \Longrightarrow q$」)という形の命題において，

条件 p をこの命題の「　　　」，条件 q をこの命題の「　　　」という。

要点8 命題と集合

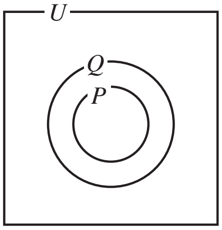
命題「$x>3$ ならば $x \geqq 0$」について

条件 $x>3$ を満たす実数 x 全体の集合を P,

条件 $x \geqq 0$ を満たす実数 x 全体の集合を Q とすると，

Pの要素はすべてQを満たす。つまり$P \subset Q$ である。

よって，この命題は真である。



命題「$p \Longrightarrow q$」が真のとき，p を満たすものはすべて q を満たす。

命題「$p \Longrightarrow q$」が偽のとき，p は満たすが q を満たさないものがある。

その例を「　　　」という。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ メモ }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3

(1) 次の命題の真偽を調べよ。ただし，x，y は実数とする。

(i) 正方形は長方形である。　　(ii) $x^2=y^2$ ならば $x=y$ である。

(2) 次の命題の真偽を調べよ。ただし，n は自然数とする。

(i) $x<2 \Longrightarrow x<5$

(ii) $2<x<5 \Longrightarrow 3<x<7$

(iii) n は18の約数 $\Longrightarrow$ n は12の約数

Point Pickup

命題の真偽

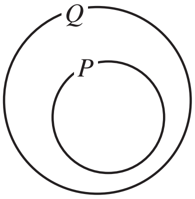
$\Longrightarrow$「　　　」を探す。1つでもあれば，その命題は「　　　」である。

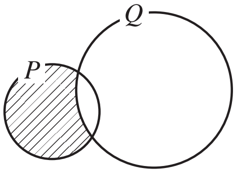
「　　　」がなければ，その命題は「　　　」である。

集合を用いた命題の真偽

条件 p を満たす要素全体の集合をP,

条件 q を満たす要素全体の集合をQとすると,





$P\subset Q$ ならば $p \Longrightarrow q$ は＿＿＿　　$p \Longrightarrow q$ は＿＿＿　　$p \Longrightarrow q$ は＿＿＿

$P\cap\overline{Q}$ の要素が存在するならば $p \Longrightarrow q$ は＿＿＿

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§4 ▶ 必要条件と十分条件，逆・裏・対偶

要点整理 と 公式

要点 9 必要条件と十分条件

２つの条件 p，q について，命題 $p \Longrightarrow q$ が真であるとき

q は p であるための「　　　　　」　p は q であるための「　　　　　」という。

（ex）命題「$x=1 \Longrightarrow x^2=1$」が真であることより

$x^2=1$ は $x=1$ であるための「　　　条件」

$x=1$ は $x^2=1$ であるための「　　　条件」である。

２つの命題 $p \Longrightarrow q$，$q \Longrightarrow p$ がともに真であるとき，「p　　　q」と書く。

このとき，p と q は「同値」という。また，p は q であるための「　　　　　　」という。

要点 10 条件の否定

条件 p に対して，条件「p でない」を条件 p の「　　　」といい，「$\overline{p}$」と表す。

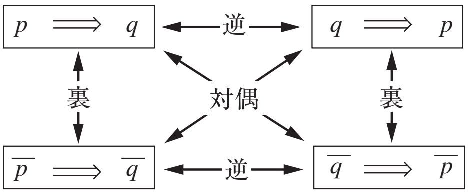
２つの集合 P，Q について，ド・モルガンの法則 $\overline{P \cap Q}=\overline{P} \cup \overline{Q}$，$\overline{P \cup Q}=\overline{P} \cap \overline{Q}$ が

成り立つことから，次のことが成り立つ。

■ 条件 p かつ q の否定，p または q の否定

$\overline{p \text{ かつ } q} \iff \overline{p}$ または $\overline{q}$　　　$\overline{p \text{ または } q} \iff \overline{p}$ かつ $\overline{q}$

要点 11 命題の逆・対偶・裏



命題 $p \Longrightarrow q$ に対して

$q \Longrightarrow p$ を $p \Longrightarrow q$ の「　　　」

$\overline{q} \Longrightarrow \overline{p}$ を $p \Longrightarrow q$ の「　　　」

$\overline{p} \Longrightarrow \overline{q}$ を $p \Longrightarrow q$ の「　　　」という。

（ex）n を整数とするとき，命題「$n=1 \Longrightarrow n$ は自然数」に対して

逆は「n は自然数 $\Longrightarrow n=1$」

対偶は「　　　　　　$\Longrightarrow$　　　　　　」

裏は「$n \neq 1 \Longrightarrow n$ は自然数でない」

もとの命題が真であるとき，その対偶は真である。また逆や裏は真であるとは限らない。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ メモ }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

4

x, y は実数とする。次の問いに答えよ。

(1) 次の［　　］に「必要条件である」「十分条件である」のうち適切なものを入れよ。

(i) $x=3$ は $x^2=3x$ であるための［　　］。

(ii) $xy=0$ は $x=0$ であるための［　　］。

(2) 次の条件の否定を述べよ。

(i) x は有理数である。

(ii) $x=0$ かつ $y=0$

(iii) $x<4$ または $y \geqq -2$

(3) 命題「$x+y$ が有理数 $\Longrightarrow$ x, y の少なくとも一方は有理数」の対偶を述べ，その真偽を答えよ。

Point Pickup

必要条件・十分条件の調べ方

「p は q であるための［　　］条件か」という問いに対して

① $p \Longrightarrow q$ の真偽を調べ，真ならば，p は q であるための＿＿＿＿条件

② $q \Longrightarrow p$ の真偽を調べ，真ならば，p は q であるための＿＿＿＿条件

条件の否定

① 「～である」の否定は「～でない」。「～でない」の否定は「～である」。

② 「○　かつ　□」の否定は「○でない　　　　□でない」

「○　または　□」の否定は「○でない　　　　□でない」

対偶を用いた真偽の判定

命題「$p \Longrightarrow q$」とその対偶「　　　　　　」の真偽は「　　　　　　」。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛解答｝

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第4講　確認テスト

1 2つの集合$A=\{3,\ 5,\ 7\}$，$B=\{x\,|\,x$は10以下の素数$\}$について，AとBの間に成り立つ関係は［ア］である。［ア］にあてはまるものを次の①～③から選べ。

①　$A\subset B$　　②　$B\subset A$　　③　$A=B$

2 $U=\{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8\}$ を全体集合とするとき，その部分集合 $A=\{0,\ 3,\ 6\}$，$B=\{0,\ 2,\ 4,\ 6,\ 8\}$ について，次の集合を求めよ。各集合の要素は小さい順に答えよ。

(1)　$A\cap B=\{$［イ］，［ウ］$\}$

(2)　$A\cup B=\{$［エ］，［オ］，［カ］，［キ］，［ク］，［ケ］$\}$

(3)　$\overline{B}=\{$［コ］，［サ］，［シ］，［ス］$\}$

3 次の［セ］にあてはまるものは　①必要条件である　②十分条件である

$x^2=9$　は　$x=3$　であるための［セ］。

4 命題「$x>0$　または　$y>0 \Longrightarrow xy>0$」の対偶は［ソ］，その真偽は［タ］である。

［ソ］，［タ］にあてはまるものを次の①～⑤から選べ。

①　「$xy>0 \Longrightarrow x>0$　または　$y>0$」　②　「$x\leqq 0$　かつ　$y\leqq 0 \Longrightarrow xy\leqq 0$」

③　「$xy\leqq 0 \Longrightarrow x\leqq 0$　かつ　$y\leqq 0$」　④　真

⑤　偽

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ Note }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第5講　2次関数とグラフ

§1　関数とその表し方

要点整理 と 公式

要点1 関数と定義域

「関数」……　x の値を決めると，y の値が「　　　　　」決まるとき，

y は「x の　　　」であるという。

「1次関数」…　y が x を用いて「　　　　　」(a，b は定数，$a \neq 0$)の形で

表されるとき，y は「　　　　　　」という。

(ex)　$y=2x+1$，　$y=-3x$

「2次関数」…　y が x を用いて「　　　　　　　」(a，b，cは定数，$a \neq 0$)の形で

表されるとき，y は「　　　　　　」という。

(ex)　$y=2x^2+3x+4$，　$y=-2x^2+5x$，　$y=x^2$

x の関数において，x がとりうる値の範囲を「　　　　」という。

定義域は，関数の式の後に(　　　)で表すことができる。

(ex)　$y=-3x+5$　$(-1 \leqq x < 1)$

要点2 関数記号 $f(x)$

y が x の関数であるとき，関数を表す x の式を「関数　　　　」と表す。

$f(x)$ の f は，関数を表す式が変われば異なる文字にする。

(ex)　$y=3x+1$　において，$f(x)=3x+1$

$y=2x^2$　において，$g(x)=2x^2$

$y=f(x)$ とあれば，y は x の関数であることを意味する。

$x=a$ における関数 $f(x)$ の値を，「　　　」と表す。

(ex)　$f(x)=3x+1$　において，

$x=1$ のときの関数 $f(x)$ の値は ＿＿＿＿＿＿＿＿

$x=-2$ のときの関数 $f(x)$ の値は ＿＿＿＿＿＿＿＿

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ メモ }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

1

底辺と高さの和が 12 cmの三角形がある。この三角形の底辺の長さを x cm，面積を y cm^2 とすると，y は x の関数である。次の問いに答えよ。

(1)　y を x の式で表せ。

(2)　この関数の定義域を求めよ。

(3)　この関数を $f(x)$ とする。次の値を求めよ。

(i)　$f(4)$　　(ii)　$f(8)$　　(iii)　$f(t)$

Point Pickup

関数 $f(x)$ の値

関数 $f(x)$ において，x=●　のときの値　f(●)　は

x に●を「　　　　」して求める。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§2 ▶ 2乗に比例する関数から2次関数へ

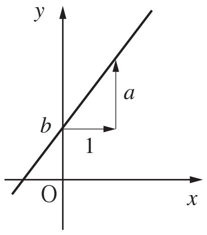
要点整理 と 公式

要点3　1次関数 $y=ax+b$ のグラフと2次関数 $y=ax^2$ のグラフ

1次関数　$y=ax+b$ のグラフは, a を「　　　　」, b を「　　　　」とする「　　　　」である。

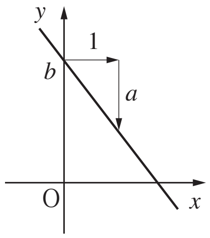
2次関数　$y=ax^2$ のグラフは，原点を「　　　　」とし，y 軸を「　　　　」とする「　　　　」である。放物線の対称軸を，単に「　　　」という。

＜$y=ax+b$ のグラフ＞　　　　＜$y=ax^2$ のグラフ＞



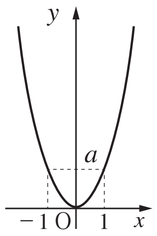
$a>0$ のとき

「　　　　　」



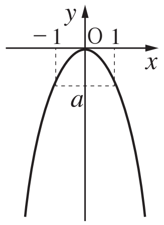
$a<0$ のとき

「　　　　　」



$a>0$ のとき

「　　　　　」



$a<0$ のとき

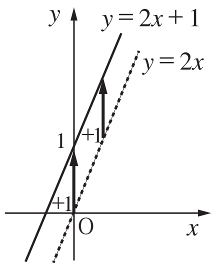
「　　　　　」

要点4　平行移動

「平行移動」… 平面上で，あるグラフのすべての点を，一定の向きに一定の距離だけ移動させること。

「x軸方向」…… x 軸の正の向き。

「y軸方向」…… y 軸の正の向き。

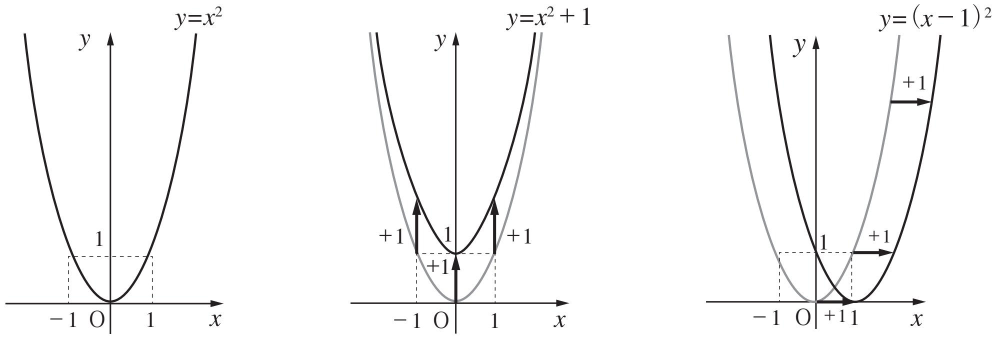


（ex）$y=2x+1$ のグラフは，$y=2x$ のグラフを「　　　　　」に1だけ「　　　　　」した直線である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

要点５ 2次関数のグラフの平行移動

$y=x^2$，$y=x^2+1$，$y=(x-1)^2$ のグラフは以下のようになる。



一般に，次のことがいえる。

■ 2次関数 $y=ax^2+q$，$y=a(x-p)^2$ のグラフ

$y=ax^2+q$ のグラフは $y=ax^2$ のグラフを y 軸方向に q だけ平行移動したもの。

$y=a(x-p)^2$ のグラフは $y=ax^2$ のグラフを x 軸方向に p だけ平行移動したもの。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2

(1) 次の関数のグラフをかけ。

(i) $y=\dfrac{2}{3}x-1$　　(ii) $y=2x^2$

(2) 次の2次関数のグラフの頂点と軸を求め，そのグラフをかけ。

(i) $y=x^2+2$　　(ii) $y=2x^2-3$

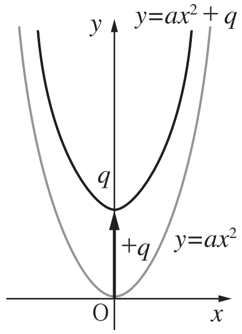
(iii) $y=(x-1)^2$　　(iv) $y=-2(x+1)^2$

Point Pickup

2次関数　$y=ax^2+q$　のグラフ

$\Longrightarrow$ $y=ax^2$ のグラフを，______軸方向に______だけ平行移動したもの。

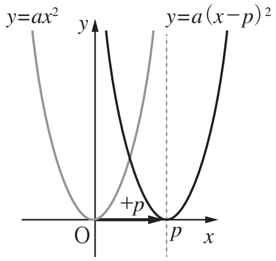
頂点は点__________　軸は__________（y軸）



2次関数　$y=a(x-p)^2$　のグラフ

$\Longrightarrow$ $y=ax^2$ のグラフを，______軸方向に______だけ平行移動したもの。

頂点は点__________　軸は__________



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛解答｝

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§3 ▶ ２次関数のグラフ

要点整理 と 公式

要点６　２次関数　$y=a(x-p)^2+q$　のグラフ

$y=2x^2$ … ①

$y=2(x-2)^2$ … ②

$y=2(x-2)^2+1$ … ③

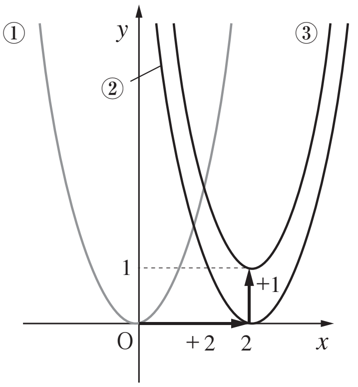
のグラフについて，

②のグラフは，①のグラフを

x 軸方向に２だけ平行移動したものである。

さらに，③のグラフは，②のグラフを

y 軸方向に１だけ平行移動したものである。



よって，$y=2(x-2)^2+1$ のグラフは $y=2x^2$ のグラフを

x 軸方向に２，y 軸方向に１

だけ平行移動したものである。

一般に，次のことがいえる。

■ ２次関数　$y=a(x-p)^2+q$　のグラフ

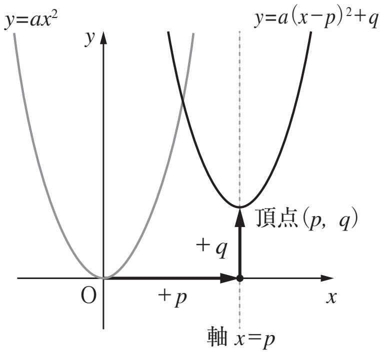
$y=a(x-p)^2+q$　のグラフは，$y=ax^2$ のグラフを

x 軸方向に p，y 軸方向に q

だけ平行移動したものである。

頂点は　点 $(p,\ q)$

軸は　直線　$x=p$



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ メモ }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3

次の関数のグラフの頂点を求め，そのグラフをかけ。

(1)　$y=(x-1)^2+2$　　(2)　$y=2(x+3)^2-1$

(3)　$y=-(x-2)^2-1$　　(4)　$y=-\dfrac{1}{2}(x+1)^2+5$

Point Pickup

2次関数　$y=a(x-p)^2+q$　のグラフのかき方

①　座標平面上に，頂点（　　　　　）をとる。

②　切片（＿＿＿＿のときの y の値）をとる。

③　グラフの凸方向に注意してグラフをかく。

$a>0$ のときグラフは＿＿＿＿　　$a<0$ のときグラフは＿＿＿＿

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛解答｝

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§4 ▶ 平方完成と２次関数のグラフ

要点整理 と 公式

要点 7 平方完成と　$y=x^2+bx+c$　の変形

２次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフをかくためには，この式を $y=a(x-p)^2+q$ の形に変形すればよい。この変形を「　　　　　　」という。

例えば $x^2-6x+9=(x-3)^2$ であることより，$x^2-6x=(x-3)^2-9=(x-3)^2-3^2$ である。

同様に $x^2-2px+p^2=(x-p)^2$ より，$x^2-2px=(x-p)^2-p^2$ と変形できる。

（ex）　$x^2-4x=$ ______________________

よって，$y=x^2+bx+c=\left(x+\frac{b}{2}\right)^2-\left(\frac{b}{2}\right)^2+c$　と変形できる。

要点 8 $y=ax^2+bx+c$　の変形とグラフ

２次式 ax^2+bx を平方完成するためには，x^2 の係数 a を「　　　　　　　　」必要がある。

その後，(　　　)の中で平方完成する。

（ex）　$2x^2-4x=$

よって，$y=ax^2+bx+c=a\left(x^2+\frac{b}{a}x\right)+c$　と変形し，(　　)の中を平方完成することで，

$y=ax^2+bx+c$ を $y=a(x-p)^2+q$　の形に変形することができる。

（ex）$y=2x^2+8x+3$

$=2(x^2+4x)+3$

$=2\{(x+2)^2-4\}+3$

$=2(x+2)^2-8+3$

$=2(x+2)^2-5$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ メモ }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

4

(1)　次の２次関数を　$y=(x-p)^2+q$　の形に変形せよ。

(i)　$y=x^2+6x$　　(ii)　$y=x^2+x$　　(iii)　$y=x^2-4x+5$

(2)　次の２次関数を　$y=a(x-p)^2+q$　の形に変形せよ。

(i)　$y=2x^2+4x$　　(ii)　$y=-x^2-14x$

(iii)　$y=2x^2-2x$　　(iv)　$y=-3x^2-9x$

(3)　次の２次関数のグラフをかけ。

(i)　$y=x^2-6x+6$　　(ii)　$y=-x^2-4x+2$

Point Pickup

平方完成の手順

２次式　ax^2+bx+c　を平方完成する手順は以下。

①　x^2と x の項を x^2 の係数 a でくくる。

②　(　　　)の中の２次式を　$(x-p)^2-p^2$　の形に変形する。

$$x^2+●x=\left(x+\frac{●}{2}\right)^2-\left(\frac{●}{2}\right)^2$$

このとき，外側の(　　)は{　　}となる。

③　{　　}の前の数 a を{　　}の中に分配し，{　　}をはずす。

④　整理して　$y=a(x-p)^2+q$　の形にする。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第5講　確認テスト

1 $f(x)=-2x+5$　において，$f(1)=$ ア ，$f(-2)=$ イ　である。

2 次の２次関数のグラフの頂点の座標と軸の方程式をそれぞれ求めよ。

(1)　$y=x^2+1$　　頂点(ウ , エ)　　軸 $x=$ オ

(2)　$y=2(x-3)^2+4$　　頂点(カ , キ)　　軸 $x=$ ク

(3)　$y=-2(x+1)^2-2$　　頂点($-$ ケ , $-$ コ)　　軸 $x=-$ サ

(4)　$y=x^2+4x$　　頂点($-$ シ , $-$ ス)　　軸 $x=-$ セ

(5)　$y=-2x^2+8x$　　頂点(ソ , タ)　　軸 $x=$ チ

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ Note }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

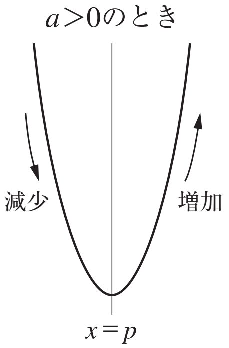
第6講　2次関数のグラフと最大・最小

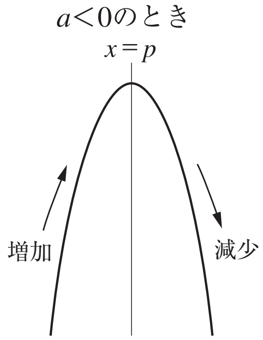
§1　2次関数の最大・最小

要点整理 と 公式

要点1　2次関数の増加と減少

2次関数　$y=a(x-p)^2+q$　の値の変化の特徴は以下である。





軸　$x=$＿＿＿を境に　　　　軸　$x=$＿＿＿を境に

「　　　　」から「　　　　」へ　　　　「　　　　」から「　　　　」へ

要点2　2次関数の最大値と最小値

「最大値」…　関数のとる値のうち最大のもの。

「最小値」…　関数のとる値のうち最小のもの。

最大値，最小値は，必ず存在するとは限らない。

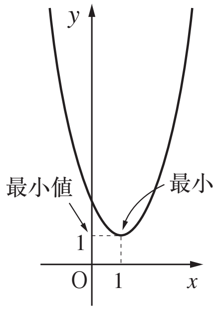
（ex）2次関数 $y=(x-1)^2+1$ について

この関数のグラフは右図のようになる。

よって，この関数は

$x=$＿＿＿のとき最小値＿＿＿をとる。

最大値は＿＿＿。



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

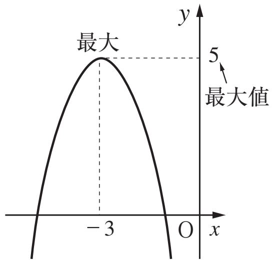
2次関数　$y=ax^2+bx+c$　の最大値，最小値を求めるには，関数の式を「　　　　　　　」し，

$y=a(x-p)^2+q$　の形にする。

(ex) 2次関数　$y=-x^2-6x-4$　について

平方完成すると　$y=-(x+3)^2+5$　となる。

この関数のグラフは右図のようになる。



よって，この関数は

$x=$________のとき 最大値______をとる。

最小値は________。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

1

次の2次関数に最大値，最小値があれば，それを求めよ。

(1)　$y=(x-2)^2+3$　　(2)　$y=-(x+3)^2-1$

(3)　$y=2x^2-12x+15$　　(4)　$y=-2x^2-4x+3$

Point Pickup

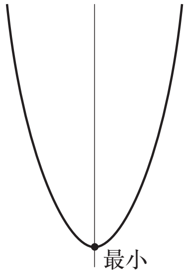
2次関数の最大・最小

⟹「　　　　　」をかき，値の増減を調べる。

2次関数　$y=a(x-p)^2+q$　の最大と最小について

$a>0$ のとき

グラフは「　　　に凸」



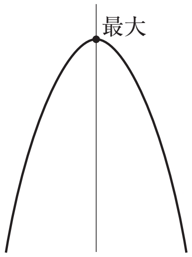
頂点で＿＿＿＿となる。

その値は＿＿＿＿の y 座標

最大値は＿＿＿＿

$a<0$ のとき

グラフは「　　　に凸」



頂点で＿＿＿＿となる。

その値は＿＿＿＿の y 座標

最小値は＿＿＿＿

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§2 ▶ 定義域が限られた２次関数の最大・最小

要点整理 と 公式

要点❸ 値域

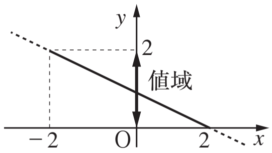
「値域」 … x が定義域全体を動くとき，y がとる値の範囲。

（ex） $y=-\dfrac{1}{2}x+1$ （$-2\leqq x\leqq 2$）において

$x=-2$ のとき $y=2$

$x=2$ のとき $y=0$

よって値域は $0\leqq y\leqq 2$



定義域が限られた関数のグラフをかくとき，

定義域内の部分を実線，定義域外の部分を点線(破線)でかくことが多い。

要点❹ 定義域が限られた2次関数の最大値と最小値

定義域が限られている場合の２次関数の最大・最小については，

定義域に対する値域を求め，その値域の中の最大値，最小値を求める。

（ex）2次関数 $y=x^2+1$ （$-2\leqq x\leqq 1$）について

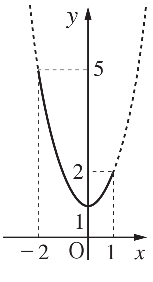
$x=-2$ のとき $y=5$

$x=1$ のとき $y=2$

よって 値域は $1\leqq y\leqq 5$ であり

$x=$＿＿＿＿ で 最大値＿＿＿ をとり

$x=$＿＿＿ で 最小値＿＿＿ をとる。



※特に断りがない場合は，関数の定義域は，関数の値が定まるような実数全体とする。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ メモ }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2

次の2次関数に最大値，最小値があれば，それを求めよ。

(1)　$y=x^2\ (-1 \leqq x \leqq 3)$　　(2)　$y=-\dfrac{1}{2}x^2+2\ (-2<x\leqq 1)$

(3)　$y=x^2-4x-2\ (0\leqq x\leqq 4)$　　(4)　$y=-x^2+6x-2\ (4\leqq x\leqq 5)$

Point Pickup

定義域が限られた2次関数の最大・最小

①　平方完成し，「　　　　　」を「　　　　」でかく。

②　与えられた定義域から「　　　　」を考える。

定義域内のグラフは「　　　　」にする。

定義域の端の点(端点)が含まれない場合は，点を「○」とする。

③　頂点と端点に注目し，最大値，最小値を求める。

頂点が最大値や最小値になるとは限らないことに注意。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛解答｝

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§3 ▶ ２次関数の決定

要点整理 と 公式

要点❺ 2次関数の式の決定

2次関数の式は

$y=ax^2+bx+c$　…①　　　　　$y=a(x-p)^2+q$　…②

に大きく分けることができる。

①における a，b，c，②におけるa，p，q を，与えられた条件によって求めることで

2次関数を決定することができる。

例えば，通る点の座標が条件として与えられた場合，その座標を①または②に

「　　　　」することで，a，b，c や a，p，q に関する式が得られる。

（ex）①のグラフが 点(2，1）を通るとき

①の式にその座標の値を「　　　　」すると

という式が得られる。

要点❻ 頂点が与えられたときの2次関数の決定

頂点の座標や軸の方程式が条件として与えられたときは，それらを使って

$y=a(x-p)^2+q$

の形で表すことができる。

（ex）頂点が点(1，2)である放物線をグラフにもつ２次関数について

頂点が点(1，2)であることより，この２次関数は

と表すことができる。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ メモ }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3

次の条件を満たす放物線をグラフにもつ2次関数を求めよ。

(1) 頂点が点(2, 5)で，点(1, 6)を通る。

(2) 軸の方程式が $x=-1$ で，2点(1, −9)，(0, −3)を通る。

(3) 3点(0, 5)，(1, 4)，(−1, 12)を通る。

Point Pickup

２次関数の決定（頂点・軸から）

頂点の座標が$(p,\ q)$，軸の方程式が $x=p$ である２次関数の式は

と表される。

これに，通る点の座標の値を＿＿＿＿し，＿＿＿を求め，式を決定する。

※答えは $y=a(x-p)^2+q$ の形のままでよいが，$y=ax^2+bx+c$ の形にしてもよい。

２次関数の決定（通る3点から）

求める２次関数の式を＿＿＿＿＿＿＿＿とおき，通る点の座標を1つずつ代入する。

できた３つの方程式を「＿＿＿＿方程式」として解く。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛解答｝

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§4 ▶ 放物線の平行移動

要点整理 と 公式

要点7 放物線の形状と平行移動

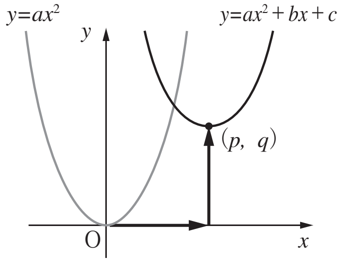
2次関数　$y=ax^2+bx+c$　のグラフを，「　　　　　　」$y=ax^2+bx+c$　ということがある。

放物線　$y=ax^2+bx+c$　は，放物線 $y=ax^2$ を

平行移動したものである。

その移動量は，移動後の「　　　　　」の座標を

求めることで得られる。



同様に，$y=ax^2+b'x+c'$　は，放物線 $y=ax^2$ を平行移動したものである。

x^2の係数が同じ2つの放物線 $y=ax^2+bx+c$，$y=ax^2+b'x+c'$ は，いずれも放物線 $y=ax^2$ を平行移動したものである。

したがって，以下のことがいえる。

■ **放物線の平行移動**

x^2の係数が同じ２つの放物線 $y=ax^2+bx+c$，$y=ax^2+b'x+c'$　は，

一方を平行移動すると，もう一方に重ねることができる。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ メモ }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

4

(1)　放物線 $y=-x^2-8x-18$ は，どのように平行移動すると放物線 $y=-x^2+6x-12$ に重なるか。

(2)　放物線 $y=2x^2-4x+3$ を x 軸方向に -2，y 軸方向に３だけ平行移動して得られる放物線の方程式を求めよ。

Point Pickup

x^2 の係数が同じ2つの放物線の平行移動

$\Longrightarrow$ ２つの放物線の頂点の座標をそれぞれ求める。

２つの頂点の x 座標，y 座標の「　　　」がそれぞれ x 軸方向，y 軸方向の移動量である。

$y=2(x-1)^2-3$　…①，$y=2(x+1)^2+2$　…②　について，

放物線①の頂点は点＿＿＿＿＿＿

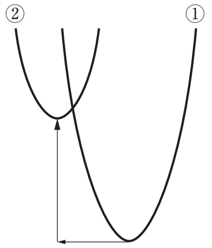
放物線②の頂点は点＿＿＿＿＿＿

よって，放物線①を

x 軸方向に＿＿＿＿＿＿

y 軸方向に＿＿＿＿＿＿

だけ平行移動すると，放物線②に重なる。



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛解答｝

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第6講　確認テスト

1　次の2次関数に最大値，最小値があればそれを求めよ。ない場合は「0」と答えよ。

(1)　$y=(x-2)^2+3$　　最大値 [ア]　　最小値 [イ]

(2)　$y=-2(x-1)^2+4$　　最大値 [ウ]　　最小値 [エ]

2　次の2次関数の最大値，最小値を求めよ。

(1)　$y=2x^2+1$　$(-2\leqq x\leqq 1)$　　最大値 [オ]　　最小値 [カ]

(2)　$y=x^2-6x+2$　$(2\leqq x\leqq 5)$　　最大値 $-$ [キ]　　最小値 $-$ [ク]

(3)　$y=-x^2+6x$　$(1\leqq x\leqq 2)$　　最大値 [ケ]　　最小値 [コ]

3　次の条件を満たす放物線をグラフにもつ２次関数を求めよ。

(1)　頂点が点(1，3)で，点(3，−1)を通る。　　$y=$ [サ] $(x-$ [シ] $)^2+$ [ス]

(2)　3点(0，1)，(1，−1)，(2，3)を通る。　　$y=$ [セ] x^2- [ソ] $x+$ [タ]

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ Note }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第7講　2次関数のグラフと2次方程式

§1　2次方程式の解法

要点整理 と 公式

要点1　2次方程式

「2次方程式」… 整理すると $ax^2+bx+c=0$ （a, b, c は定数, $a\neq 0$）の形で表される方程式を,「xの2次方程式」という。

（ex）$2x^2-7x-4=0$,　$2x^2-4=0$

要点2　因数分解による解法

数の性質「2つの数 A, B について, $A\times B=0$　ならば　$A=0$　または　$B=0$」を利用する。

（ex）$x^2-x-2=0$　を解く。

左辺を因数分解すると　$(x+1)(x-2)=0$

よって, $x+1=0$　または　$x-2=0$　　したがって, 解は　$x=-1$, 2

要点3　平方根による解法

$x^2=C$（Cは0以上の定数）のとき, x は C の平方根である。つまり $x=\pm\sqrt{C}$　である。

（ex）$x^2-2=0$　を解く。

$x^2=2$　　　したがって,　解は　$x=\pm\sqrt{2}$

要点4　2次方程式の解の公式

2次方程式　$ax^2+bx+c=0$　…①　について, 左辺を「　　　　　」すると

$$ax^2+bx+c=a\left(x^2+\frac{b}{a}x\right)+c=a\left\{\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2}{4a^2}\right\}+c=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2}{4a}+c$$

よって, ①は $a\left(x+\dfrac{b}{2a}\right)^2=\dfrac{b^2-4ac}{4a}$　　つまり　$\left(x+\dfrac{b}{2a}\right)^2=\dfrac{b^2-4ac}{4a^2}$

よって　$b^2-4ac\geqq 0$　のとき　$x+\dfrac{b}{2a}=\dfrac{\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$　　したがって　$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2次方程式の解の公式

2次方程式　$ax^2+bx+c=0$ の解は，$b^2-4ac \geqq 0$ のとき

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

1

次の2次方程式を解け。

(1)　$x^2-5x-36=0$　　(2)　$x^2+12x+36=0$　　(3)　$3x^2-7x-6=0$

(4)　$x^2-12=0$　　(5)　$2x^2-5x+1=0$　　(6)　$x^2+2x-1=0$

Point Pickup

２次方程式　$ax^2+bx+c=0$　の解法

①　左辺の「　　　　　　」を考える。

②　$ax^2+c=0$（xの係数が0）の形のときは，「　　　　　　」の利用を考える。

③　2次方程式の「　　　　　　」　$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$　の利用。

x の係数が偶数のときの解の公式

2次方程式において　ax^2+＿＿＿$x+c=0$　の形のとき，その解は

$$x=\frac{-b'\pm\sqrt{b'^2-ac}}{a}$$

2 次方程式の解の公式　$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$　において，$b=2b'$ とおくと

$$x=\frac{-2b'\pm\sqrt{(2b')^2-4ac}}{2a}=\frac{-2b'\pm\sqrt{4b'^2-4ac}}{2a}$$

$$=\frac{-2b'\pm\sqrt{4(b'^2-ac)}}{2a}=\frac{-2b'\pm2\sqrt{b'^2-ac}}{2a}=\frac{-b'\pm\sqrt{b'^2-ac}}{a}$$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛解答｝

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§2 ２次方程式の実数解の個数

要点整理 と 公式

要点５ ２次方程式の判別式と実数解の個数

2次方程式　$ax^2+bx+c=0$　…①　の左辺を平方完成し，さらに変形すると，

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}\quad\cdots②$$

となる。右辺の分子「b^2-4ac」について，

$b^2-4ac>0$ のとき　②は　$x+\dfrac{b}{2a}=\dfrac{\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$　より　$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

よって，方程式①は，２つの「　　　　　　」(実数の解のこと)をもつ。

$b^2-4ac=0$　のとき　②は　$\left(x+\dfrac{b}{2a}\right)^2=0$　より　$x+\dfrac{b}{2a}=0$　よって　$x=-\dfrac{b}{2a}$

よって，方程式①は，ただ１つの実数解をもつ。

この1つの解を「　　　　　」という。

$b^2-4ac<0$ のとき　②を満たす実数xは存在しない。

よって，方程式①は実数解をもたない。

b^2-4ac を，2次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の「　　　　　　　」といい，「　　　　」で表す。

よって，以下のことがいえる。

■ 2次方程式の実数解の個数

２次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の実数解の個数は，$D=b^2-4ac$　とおくと以下。

$D>0 \iff$ 異なる2つの実数解をもつ

$D=0 \iff$ ただ1つの実数解(重解)をもつ

$D<0 \iff$ 実数解をもたない

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ メモ }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2

(1)　次の２次方程式の実数解の個数を求めよ。

(i)　$x^2+4x+1=0$　　(ii)　$x^2-3x+3=0$　　(iii)　$9x^2+6x+1=0$

(2)　２次方程式　$3x^2+4x+m=0$　が異なる２つの実数解をもつとき，定数 m の値の範囲を定めよ。

Point Pickup

2次方程式　$ax^2+bx+c=0$　の解の個数

$\Longrightarrow$　判別式　$D=b^2-4ac$ の「　　　　」を調べる。

D ＿＿＿ $\Longleftrightarrow$　異なる＿＿＿の実数解　$x=$ ＿＿＿＿＿＿ をもつ

D ＿＿＿ $\Longleftrightarrow$ ＿＿＿の実数解（＿＿＿）　$x=$ ＿＿＿ をもつ

D ＿＿＿ $\Longleftrightarrow$　実数解を＿＿＿＿

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛解答｝

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§3 ▶ ２次関数のグラフと x 軸の共有点の座標

要点整理 と 公式

要点 6 グラフと x 軸の共有点

x 軸上の点は，その y 座標が「　　　」である。

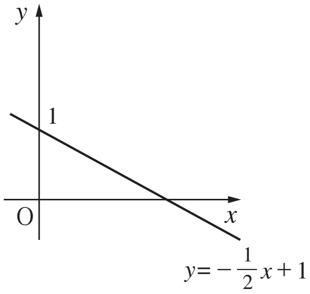
よって，関数 $y=f(x)$ のグラフと x 軸の共有点の x 座標は，

$y=f(x)$ で $y=0$ となる x の値，つまり方程式 $f(x)$ ＿＿＿ の解である。

（ex）$y=-\frac{1}{2}x+1$ と x 軸との共有点の座標について

方程式　$-\frac{1}{2}x+1$ ＿＿＿ を解くと，$x=2$

よって，共有点の座標は ＿＿＿＿



要点 7 ２次関数のグラフと x 軸の共有点の座標

2次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフと x 軸の共有点の x 座標は，

2次方程式 ax^2+bx+c ＿＿＿ の解である。

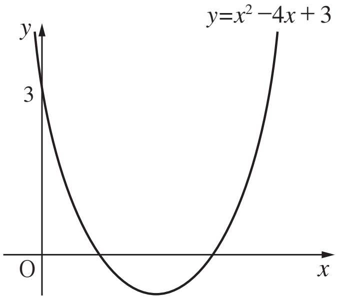
（ex）$y=x^2-4x+3$　のグラフと x 軸の共有点の座標について

2次方程式　x^2-4x+3 ＿＿＿ を解くと

$(x-1)(x-3)=0$　より　$x=$ ＿＿＿

よって，共有点の座標は ＿＿＿＿＿＿

グラフは右図。



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ メモ }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3

次の2次関数のグラフとx軸の共有点の座標を求めよ。

（1）　$y=x^2+2x-8$　　（2）　$y=-x^2+6x+4$　　（3）　$y=4x^2-4x+1$

Point Pickup

２次関数　$y=ax^2+bx+c$　のグラフと x 軸の共有点の座標

$\Longrightarrow$ y 座標は「　　　」であり，

x 座標は，2次方程式　$ax^2+bx+c=0$　の「　　　　　」である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

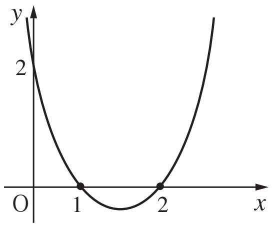
｛解答｝

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§4 ▶ 2次関数のグラフとx軸の位置関係

要点整理 と 公式

要点8　2次関数のグラフとx軸の位置関係と共有点の個数

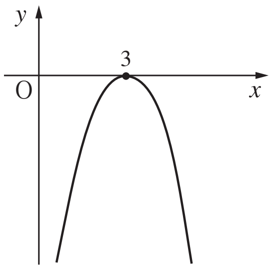


2次関数　$y=x^2-3x+2$ のグラフとx軸の位置関係は，

右図のように「　　　　　　　　　　」。

2つの「　　　　」のx座標は，2次方程式 x^2-3x+2＿＿＿＿の

「　　　　　　　　」$x=1$，2である。



2次関数　$y=-x^2+6x-9$ のグラフとx軸の位置関係は，

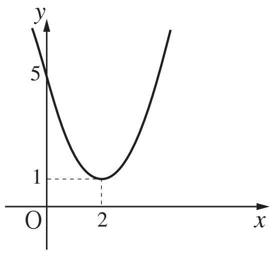
右図のように共有点をただ1つもつ。

このとき，2次関数のグラフは，x軸と「　　　　」といい，

その共有点を「　　　　」という。

接点のx座標は，2次方程式 $-x^2+6x-9$＿＿＿＿の

「　　　　」$x=3$ である。



2次関数　$y=x^2-4x+5$　のグラフは，右図のように

x軸と「　　　　　　　　」。

このとき，2次方程式 x^2-4x+5＿＿＿＿を解の公式で解くと

$$x=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4\cdot1\cdot5}}{2\cdot1}=\frac{4\pm\sqrt{-4}}{2}$$ となり，根号の中が

マイナスとなる。よってこの方程式は「　　　　　　　　」。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

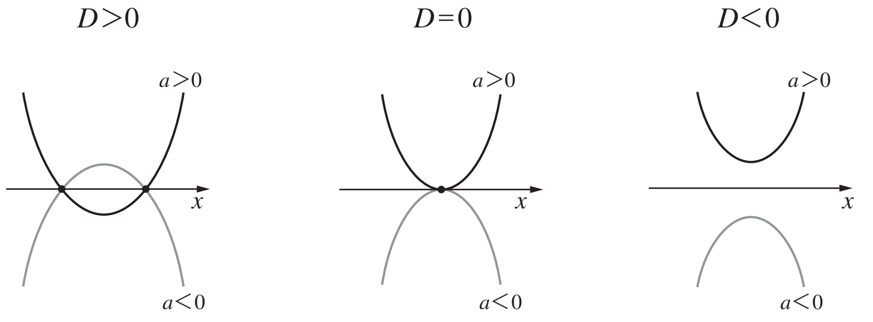
2次関数　$y=ax^2+bx+c$　のグラフとx軸の位置関係は，

2次方程式　$ax^2+bx+c=0$　の「　　　　　　　　　」を調べることでわかり，

その個数は，判別式 $D=$＿＿＿＿＿の符号によって決定する。

2次関数のグラフとx軸の位置関係

2次関数　$y=ax^2+bx+c$　とx軸の位置関係は，$D=b^2-4ac$　とすると以下。



異なる2点で交わる　　接する　　共有点をもたない

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

4

⑴　次の2次関数のグラフとx軸の位置関係を調べよ。

(i)　$y=2x^2-5x+2$　　(ii)　$y=\frac{1}{2}x^2-x+\frac{1}{2}$　　(iii)　$y=x^2+6x+10$

⑵　2次関数　$y=x^2+2x+m$　のグラフがx軸と異なる2点で交わるとき，定数mの値の範囲を求めよ。

Point Pickup

2次関数　$y=ax^2+bx+c$　のグラフとx軸の位置関係

$\Longrightarrow$　$D=$__________とおき，Dの「　　　　」を調べる。

D_____ $\Longleftrightarrow$ ____________________

D_____ $\Longleftrightarrow$ __________

D_____ $\Longleftrightarrow$ __________________

（上の2つをまとめて）D_____ $\Longleftrightarrow$ ________________

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛解答｝

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第7講　確認テスト

1　次の2次方程式を解け。

(i)　$3x^2+5x-2=0$　　$x=$ [アイ], $\dfrac{[ウ]}{[エ]}$

(ii)　$5x^2-6x-1=0$　　$x=\dfrac{[オ]\pm\sqrt{[カキ]}}{[ク]}$

2　2次方程式　$2x^2-x+1=0$　の判別式を D とすると　$D=$ [ケコ] である。

よってこの2次方程式の実数解の個数は [サ] 個である。

3　2次関数　$y=-x^2+2x+3$　のグラフと x 軸の共有点の x 座標は　$x=$ [シ], [スセ] である。

4　2次関数　$y=x^2+6x+9$　のグラフと x 軸の位置関係は [ソ] である。[ソ] にあてはまるものを次の①～③から選べ。

①　異なる２点で交わる　　②　接する　　③　共有点はない

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ Note }

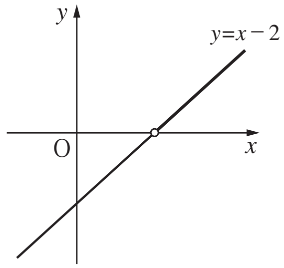
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第8講　２次不等式

§1　２次不等式と２次関数のグラフ

要点整理 と 公式

要点1　不等式と関数

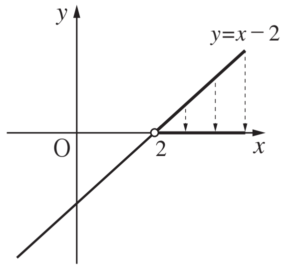


不等式　$x-2>0$　の解をグラフで考える。

左辺 $x-2$ を　$y=x-2$　とおくと，$y>0$　となる。

つまり，１次関数　$y=x-2$　のグラフにおいて，

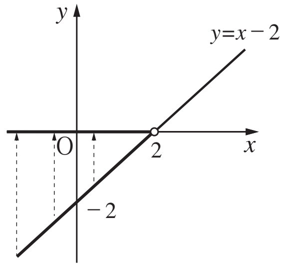
x軸より「　　　」にある部分のx座標の範囲である。



ここで，１次関数　$y=x-2$　のグラフとx軸との交点のx座標は，

$y=$＿＿＿，つまり1次方程式　$x-2$＿＿＿＿の解で，$x=$＿＿＿である。

よって，右図より　$x-2>0$　の解はx＿＿＿＿である。



同様に，$x-2<0$　の解は，

$y=x-2$　のグラフにおいて，x 軸より「　　　」にある部分の

x の範囲であり，グラフよりx＿＿＿＿である。

よって，以下のことがいえる。

> 不等式　$f(x)$＿＿＿0 の解は，関数 $y=f(x)$ のグラフで y＿＿＿0となるx座標の範囲
>
> 不等式　$f(x)$＿＿＿0 の解は，関数 $y=f(x)$ のグラフで y＿＿＿0となるx座標の範囲

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

要点❷ 2次不等式（グラフがx軸と2点で交わるとき）

$x^2-3x+2>0$　のように，不等式の右辺が０になるように整理したとき，

左辺がxの２次式になる不等式を，xの「２次不等式」という。

２次不等式の左辺を２次関数として考え，そのグラフを用いて２次不等式を解く。

グラフがx軸と異なる２点で交わるときの２次不等式の解は以下となる。

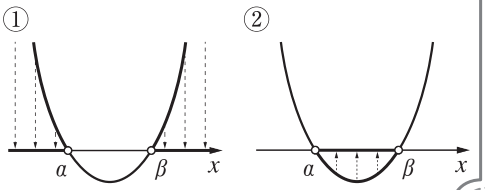
■ 2次不等式の解(1)

2次関数　$y=ax^2+bx+c$ $(a>0)$ のグラフがx軸と異なる２点で交わるとき，

そのx座標を $x=\alpha$，β $(\alpha<\beta)$ とすると

①　$ax^2+bx+c>0$　の解は＿＿＿＿＿＿

②　$ax^2+bx+c<0$　の解は＿＿＿＿＿



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

1

次の2次不等式を解け。

(1)　$(x+2)(x-1)>0$　　(2)　$x(x-3)<0$

(3)　$x^2-2x-8\geqq 0$　　(4)　$2x^2-5x-3\leqq 0$

(5)　$x^2+5x-2>0$　　(6)　$-x^2+4x-1>0$

Point Pickup

２次不等式　$f(x)>0$，$f(x)<0$

⟹　２次関数　$y=f(x)$　の「　　　　　」をかいて考える。

２次不等式　$f(x)>0$，$f(x)<0$　の解法(1)

$f(x)=ax^2+bx+c$ (x^2の係数aが「　　　　」のとき)について

①　2次方程式 $f(x)$＿＿＿の解を考える。それが「x 軸との共有点」のx座標。

　$f(x)$ が $(x-\alpha)(x-\beta)$ のように「　　　　　」できれば,

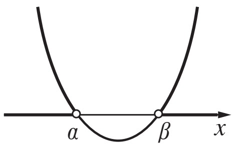
　そのx座標は　$x=\alpha$，β　であり，グラフはx軸と2つの共有点をもつ。

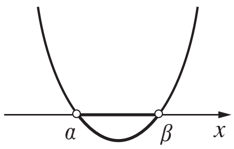
　因数分解できないときは,「　　　　　」で求める。

②　①の解が　$x=\alpha$，β $(\alpha<\beta)$　のとき

　$f(x)>0$　の解は＿＿＿＿＿＿

　$f(x)<0$　の解は＿＿＿＿＿





※「≧」は「>　　　　　=」　「≦」は「<　　　　　=」である。

※＿＿＿のときは，不等式の両辺に「-1」をかける。

　不等号の向きが「　　　　　」ことに注意。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛解答｝

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§2 ▶ 2次不等式(グラフが接するとき)

要点整理 と 公式

要点❸ 2次不等式(グラフが x 軸と接するとき)

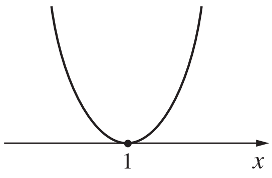
2次不等式　$x^2-2x+1>0$　を解く。

この式の左辺は，$x^2-2x+1=(x-1)^2$　と変形できる。

2次関数　$y=(x-1)^2$　のグラフと x 軸の共有点の x 座標は

「　　　　　　　」である。

つまりこのグラフは点(1，0)で x 軸と「　　　　　」。

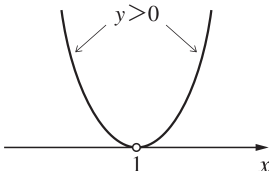


このグラフで，y＿＿＿となる部分の x 座標を考えると，

右図より＿＿＿＿＿＿である。

よって，2次不等式　$x^2-2x+1>0$　の解は

「　　　　　　　　　　　　」である。



ここで，2次不等式　$x^2-2x+1\geqq 0$　の解は，

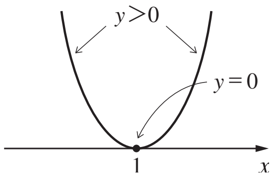
「$x^2-2x+1>0$　　　　　$x^2-2x+1=0$」

を満たす実数 x の範囲である。

　$x^2-2x+1>0$　の解は1以外のすべての実数

　$x^2-2x+1=0$　の解は　$(x-1)^2=0$　より＿＿＿＿

よって，2次不等式　$x^2-2x+1\geqq 0$　の解は「　　　　　　　　」である。

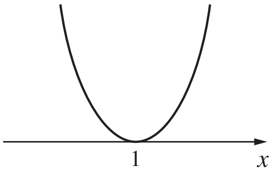


2次不等式　$x^2-2x+1<0$　の解は，

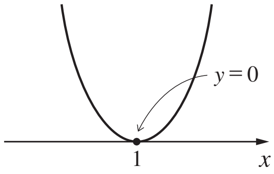
2次関数　$y=(x-1)^2$　のグラフの y＿＿＿となる部分の

x 座標である。しかし，そのような x は＿＿＿＿＿＿。

よって，2次不等式　$x^2-2x+1<0$　の解は「　　　」。



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。



2 次不等式　$x^2-2x+1\leqq 0$　の解は，

「$x^2-2x+1<0$　　　　　　$x^2-2x+1=0$」

を満たす実数 x の範囲である。

　$x^2-2x+1<0$　の解は　ない

　$x^2-2x+1=0$　の解は　$x=1$　である。

よって，2次不等式　$x^2-2x+1\leqq 0$　の解は「　　　　　」である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2

次の２次不等式を解け。

(1)　$x^2-4x+4>0$　　(2)　$9x^2+6x+1\geqq 0$

(3)　$x^2+10x+25<0$　　(4)　$4x^2-12x+9\leqq 0$

Point Pickup

２次不等式　$f(x)>0$，$f(x)<0$　の解法(2)

２次方程式 $f(x)=0$ が「　　　　」$x=\alpha$　をもつとき，

$y=f(x)$ のグラフは点$(\alpha,\ 0)$で x 軸に「　　　　　」。

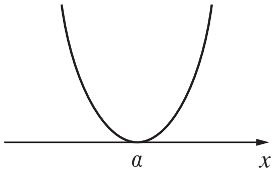
このとき，$f(x)$ の x^2 の係数 a を $a>0$ とすると

$f(x)>0$　の解は＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$f(x)\geqq 0$　の解は＿＿＿＿＿＿

$f(x)<0$　の解は＿＿＿

$f(x)\leqq 0$　の解は＿＿＿



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

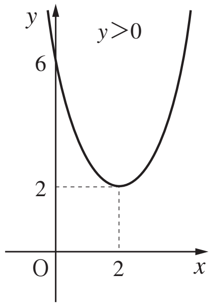
｛解答｝

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§3 ▶ ２次不等式（グラフが共有点をもたないとき）

要点整理 と 公式

要点４ ２次不等式（グラフが x 軸と共有点をもたないとき）



2 次不等式　$x^2-4x+6>0$　を解く。

この式の左辺は，$x^2-4x+6=(x-2)^2+2$　と変形できる。

2 次関数　$y=(x-2)^2+2$　のグラフとx軸との共有点は「　　　　　」。

さらに，このグラフは x 軸より「　　　　　　　　　」，つまり

＿＿＿＿＿＿＿＿の範囲にある。

よって，$x^2-4x+6>0$　の解は「　　　　　　　　　」である。

ここで，2 次不等式　$x^2-4x+6\geqq 0$　の解は，

「$x^2-4x+6>0$　　　　　　$x^2-4x+6=0$」

を満たす実数 x の範囲であるが，

$x^2-4x+6>0$　の解は すべての実数 である。

また，2 次関数　$y=(x-2)^2+2$　のグラフと x 軸との共有点は「　　　　　」ので，

2 次方程式　$x^2-4x+6=0$　の解は「　　　　　」。

よって，2 次不等式　$x^2-4x+6\geqq 0$　の解は「　　　　　　　　　」である。

2次不等式　$x^2-4x+6<0$　について，

2次関数　$y=(x-2)^2+2$　のグラフは　y ＿＿＿＿には「　　　　　　　　」。

よって，2次不等式　$x^2-4x+6<0$　の解は「　　　　　」。

2次不等式　$x^2-4x+6\leqq 0$　の解は，

「$x^2-4x+6<0$　　　　　　$x^2-4x+6=0$」

を満たす実数 x の範囲であるが，

$x^2-4x+6<0$の解は　ない

$x^2-4x+6=0$の解は　ない

よって，2次不等式　$x^2-4x+6\leqq 0$　の解は「　　　　　」。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ メモ }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3

次の２次不等式を解け。

(1)　$x^2-4x+5>0$　　(2)　$x^2+5x+7\geqq 0$

(3)　$2x^2+4x+3<0$　　(4)　$-2x^2+3x-2\geqq 0$

Point Pickup

２次不等式　$f(x)>0$，$f(x)<0$　の解法(3)

２次方程式　$f(x)=0$　が「　　　　　　　　　　」とき，

$y=f(x)$ のグラフは x 軸と「　　　　　　　　　　」。

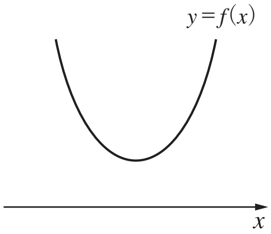
このとき，$f(x)$ の x^2の係数 a を $a>0$ とすると

$f(x)>0$　の解は＿＿＿＿＿＿

$f(x)\geqq 0$　の解は＿＿＿＿＿＿

$f(x)<0$　の解は＿＿＿

$f(x)\leqq 0$　の解は＿＿＿



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛解答｝

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§4　２次不等式の応用

要点整理 と 公式

要点５　２次不等式の応用（２次方程式の解の条件）

２次方程式　$x^2+mx+1=0$　が異なる２つの実数解をもつときの，定数 m の値の範囲を求める。

判別式をDとすると　D＿＿＿＿であればよい。

$D=m^2-4\cdot1\cdot1=m^2-4$　より

$m^2-4>0$　　これは「　　　の2次不等式」である。

変形して　$(m+2)(m-2)>0$

よって，$m<-2$，$2<m$

要点６　２次不等式の応用（２次関数と x 軸の共有点の個数）

２次関数　$y=x^2-kx+2k-3$　が常に x 軸より上にあるときの，定数 k の値の範囲を求める。

x^2の係数は正より，このグラフは「　　　に凸」である。

よって，グラフが常に x 軸より上にあるのは，

x軸との共有点が「　　　　」ときであり，それは

$D=(-k)^2-4\cdot1\cdot(2k-3)=k^2-8k+12$　とすると，

D＿＿＿＿のときである。

よって　$k^2-8k+12<0$　より　$(k-2)(k-6)<0$

したがって　$2<k<6$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ メモ }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

4

(1)　２次方程式　$x^2+2kx+1=0$　が実数解をもつとき，定数 k の値の範囲を求めよ。

(2)　２次関数　$y=-x^2+2mx-m-6$　が常に x 軸より下にあるとき，定数 m の値の範囲を求めよ。

Point Pickup

「実数解をもつ条件」＝「共有点をもつ条件」

2次方程式　$ax^2+bx+c=0$　が「異なる2つの実数解をもつ」条件と，

2次関数　$y=ax^2+bx+c$　が「x 軸と2つの交点をもつ」条件は，

$D=b^2-4ac$ とすると，ともに「D 　　　」である。

2次関数と x 軸の位置関係の決定

2次関数　$y=ax^2+bx+c$　と x 軸の位置関係について，$D=b^2-4ac$ とすると

つねに x 軸より上　$\Longleftrightarrow$　a＿＿＿（＿＿＿に凸）　かつ　D＿＿＿（x 軸との共有点なし）

つねに x 軸より下　$\Longleftrightarrow$　a＿＿＿（＿＿＿に凸）　かつ　D＿＿＿（x 軸との共有点なし）

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛解答｝

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第8講　確認テスト

1　次の2次不等式を解け。

(i)　$x^2-8x-20<0$　　［アイ］$<x<$［ウエ］

(ii)　$x^2-4x>0$　　$x<$［オ］，［カ］$<x$

2　2次不等式　$x^2+6x+9>0$　の解は［キ］。［キ］にあてはまるものを次の①～④から選べ。

①　すべての実数　　②　$x=-3$ 以外のすべての実数　　③　$x=-3$　　④　ない

3　2次不等式　$x^2+10x+27<0$　について，方程式　$x^2+10x+27=0$　の判別式をDとすると，$D=$［クケ］である。よってこの２次不等式の解は［コ］。［コ］にあてはまるものを次の①～②から選べ。

①　すべての実数　　②　ない

4　2次方程式　$x^2-mx+2=0$　が異なる２つの実数解をもつとき，定数mの値の範囲は

$m<-$［サ］$\sqrt{［シ］}$，［サ］$\sqrt{［シ］}<m$　である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ Note }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第9講　個数を数える

§1 集合の個数

要点整理 と 公式

要点1 集合の個数の表し方

集合 A の要素の個数が有限のとき，その個数を______で表す。

(ex) $A=\{3,\ 4\}$　のとき，$n(A)=$____

空集合 $\varnothing$ に関しては $n(\varnothing)=$____ である。

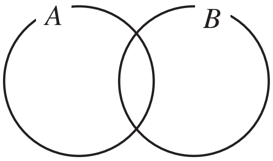
要点2 和集合の要素の個数

2つの集合 A，B に関して，$n(A\cup B)$　を考える。

右図において，A と B の共通部分 $A\cap B$ が

A と B が重なっている部分であり，

$n(A)$ と $n(B)$ の合計から，$n(A\cap B)$ を引いたものである。



よって以下のことがいえる。

■ **和集合の要素の個数**

$$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$$

とくに，$A\cap B=\varnothing$　のときは

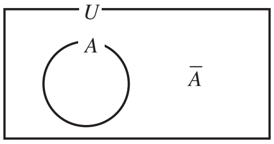
$n(A\cup B)=n(A)+n(B)$　である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

要点３ 補集合の要素の個数

全体集合Uと，その部分集合Aについて，

次のことがいえる。



■ 補集合の要素の個数

$$n(\overline{A})=n(U)-n(A)$$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

1

100以下の自然数のうち，次のような数の個数を求めよ。

(1)　5 の倍数　　(2)　5 の倍数でない数

(3)　7 の倍数　　(4)　5 の倍数かつ 7 の倍数

(5)　5 の倍数または 7 の倍数　　(6)　5 の倍数であるが，7 の倍数でない数

Point Pickup

集合の要素の個数

$\Longrightarrow$　公式とベン図を利用して求める。

$$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$$

$$n(\overline{A})=n(U)-n(A)$$

「集合とみる」

ある条件を満たすものを 1 つの集合とみなし，集合の個数の表し方や公式を使って問題を解くことができる。

100以下の自然数のうち，4 の倍数の個数を求める。

100以下の自然数全体の集合をUとし，

Uの部分集合のうち4の倍数であるもの全体の集合をAとすると

$$A=\{4,\ 8,\ \cdots\cdots,\ 100\}=\{4\cdot1,\ 4\cdot2,\ \cdots\cdots,\ 4\cdot25\}$$

よって，$n(A)=25$　より，求める個数は 25 個

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛解答｝

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§2 場合の数の列挙と樹形図

要点整理 と 公式

要点 4 起こりうる場合の列挙

a, a, b, b, c の５文字から２文字選んで並べる方法は何通りあるかを考える。

すべて列挙すると次のようになる。

よって，＿＿通りある。

あることが起こる「　　　　　　」を数えるときは，

「　　　　　　」「　　　　　　」列挙しなければならない。

そのためには，樹形図をかく等の工夫をするとよい。

要点 5 樹形図

「樹形図」… 起こりうる場合を枝分かれした図で表したもの。

a, a, b, b, c の５文字から２文字選んで並べる方法を，樹形図で表す。

今回の樹形図においては，まず最初にくる文字を「　　　　」し，

そのそれぞれにおいて，次の文字にどんな「　　　　」があるかをかいたものである。

最初の文字によって，次にくることができる文字の個数が変化していることに注意。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛メモ｝

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2

(1)　大中小３つのさいころを同時に投げたとき，目の和が６になる場合は何通りあるか。

(2)　A，Bの２人がじゃんけんをし，どちらかが３回勝つまでじゃんけんを続けるとする。１回目にAが勝つとき，勝敗のパターンは何通りあるか。

Point Pickup

もれなく，重複なく

起こりうるすべての場合をかくとき，「もれなく」「重複なく」かくためには

工夫が必要となる。

代表的な工夫として，「　　　　　」「　　　　　　　　　　」「　　　　　　」

などがある。

また，あることがらを「記号」や「アルファベット」などで表すとよい。

コインを2枚投げたときの裏表のパターンをすべて書く。

表を＿＿＿，裏を＿＿＿と表すと

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛解答｝

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§3 ▶ 和の法則

要点整理 と 公式

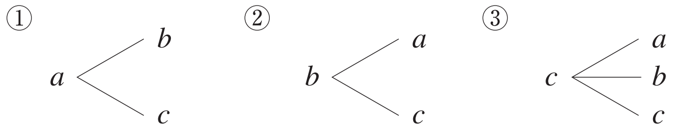
要点６ 和の法則

a，b，c，cの４文字から２文字選んで並べるときの並べ方は以下。

① ab，ac

② ba，bc

③ ca，cb，cc



①〜③より，７通りである。

ここで，２文字選んで並べるときに起こりうる場合は

「1 文字目が　　」または「1 文字目が　　」または「1 文字目が　　」

である。

①は「1 文字目が　　」の場合

②は「1 文字目が　　」の場合

③は「1 文字目が　　」の場合

よって，①，②，③で「すべての場合」であり，

①は２通り，②は２通り，③は３通りである。

また，1 文字目が同時にaとb，bとc，cとaになることはない。

つまり，①と②，②と③，③と①は「　　　　　　　　」。

したがって，求める場合の数は

$2+2+3=7$（通り）と求めることができる。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

一般に，次のことが成り立つ。

■ **和の法則**

2つの事象AとBは同時に起こらないとする。

Aの起こり方がa通り，Bの起こり方がb通りあるとき，

AまたはBが起こる場合の数は　$a+b$　通りである。

3つ以上の事象についても同様に成り立つ。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3

大小2つのさいころを投げるとき，目の和が次のようになる場合の数を求めよ。

(1)　4または5　　　　(2)　4の倍数

Point Pickup

和の法則を用いて場合の数を数える

⟹　ある事象が，「　　　　　　　　　　」2つの事象A，Bに分けられるとき，

事象Aがa通り，事象Bがb通りあるならば，

求める場合の数は________通り。

3つ以上の事象に分けられるときも同様。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛解答｝

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§4 積の法則

要点整理 と 公式

要点7 積の法則

a, b, c, d の４文字から２文字を選んで並べるときの並べ方を樹形図で表す。

1 文字目は a, b, c, d の４通りのいずれかであり,

　1 文字目が a のときは３通り，1 文字目が b のときは3通り,

　1 文字目が c のときは３通り，1 文字目が d のときは3通り,

全部で　$3+3+3+3=12$（通り）ある。

ここで，1文字目が a, b, c, d の４通りの「　　　　　　　　　」，２文字目は「　　　　　」３通りであることから，全部で　$4\times3=12$（通り）ある，といえる。

一般に，次のことが成り立つ。

■ 積の法則

事象Ｘの起こり方が x 通りあり,

そのいずれの場合についても事象Ｙの起こり方が y 通りあるとき,

事象ＸとＹがともに起こる場合の数は　xy　通りである。

３つ以上の事象についても同様に成り立つ。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ メモ }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

4

(1)　1 個のさいころを 2 回投げたとき，1 回目に偶数の目，2 回目に奇数の目が出る場合は何通りあるか。

(2)　432 の正の約数の個数を求めよ。

Point Pickup

和の法則か，積の法則か

⟹　基本的には，同時に起こらない複数の事象に分け，「　　　の法則」を使う。
ただし，分けるときに注目した部分が何であっても，
その他の部分の場合の数が変わらないときは，
「　　　の法則」を使うと便利である。

約数の個数

⇒　ある自然数 N が，$N=p^aq^br^c$……と素因数分解されるとき，
N の正の約数の個数は，積の法則により
＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿と表される。

72 の正の約数の個数を求める。

72＝2　×3　　と素因数分解でき，72 の約数は$(2^3$の約数$)\times(3^2$の約数$)$で表される。

2^3 の約数は　1，$2^1=2$，$2^2=4$，$2^3=8$　の＿＿個

3^2 の約数は　1，$3^1=3$，$3^2=9$　の＿＿個

よって，72 の正の約数の個数は，積の法則により

＿＿＿＿＿（個）

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛解答｝

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第9講　確認テスト

1　50 以下の自然数のうち，3 の倍数の個数は［アイ］個，4 の倍数の個数は［ウエ］個，3 の倍数かつ 4 の倍数の個数は［オ］個である。よって，3 の倍数または 4 の倍数の個数は［カキ］個である。

2　大中小 3 つのさいころを同時に投げたとき，目の和が 5 になる場合は［ク］通りある。

3　大小 2 つのさいころを同時に投げたとき，目の和が 9 以上になる場合を考える。

出る目を （大きいさいころの目，小さいさいころの目） で表すと，

目の和が 9 になるとき (3，［ケ］)，(4，5)，(［コ］，4)，(6，3) の 4 通りあり，

目の和が 10 になるときは［サ］通りある。

よって，目の和が 9 以上になるのは［シス］通りある。

4　大中小 3 つのさいころを同時に投げたとき，大きいさいころの目が 3 の倍数，他のさいころの目が偶数である場合は［セソ］通りある。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ Note }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第10講　順列

§1　順列

要点整理 と 公式

要点1　順列

「順列」… いくつかのものを，順序をつけて１列に並べたもの。

4 個の数字 1，2，3，4 から異なる 3 個を選んで，3 桁の数を作る順列の総数を考える。

百の位から順に決めていくと，

① 百の位の数は 1，2，3，4 の 4 通り

② 十の位は，①の数にかかわらず，①の数以外の 3 通り

③ 一の位は，①，②の数にかかわらず，①，②の数以外の 2 通り

である。よって，積の法則により　$4\times3\times2=24$（通り）である。

このように，異なる n 個のものから，異なる r 個を取って並べる順列を，

「n 個のものから r 個取る順列」といい，その総数を「　　　」で表す。

上の総数は ${}_4\mathrm{P}_3$ と表され，${}_4\mathrm{P}_3=4\times3\times2=24$ である。

■ **順列の総数** ${}_n\mathrm{P}_r$

$${}_n\mathrm{P}_r=n(n-1)(n-2)\cdots\cdots(n-r+1)$$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

要点❷ 階乗

異なる n 個のものをすべて並べる順列は,

$${}_nP_n=n(n-1)(n-2)\cdots\cdots 3\cdot 2\cdot 1$$

と表される。これを n の「階乗」といい，記号＿＿＿で表す。

■ 階乗 $n!$

$$n!=n(n-1)(n-2)\cdots\cdots 3\cdot 2\cdot 1$$

※ ${}_nP_r$ は，階乗を使って $\dfrac{n!}{(n-r)!}$ と表される。

　$0!=1$　と定めると，この等式は $r=n$ のときも成り立つ。

　また，$r=0$ のときも成り立つように ${}_nP_0=1$ と定める。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

1

(1)　次の値を求めよ。

(i)　${}_4P_3$　　(ii)　${}_7P_1$　　(iii)　$3!$　　(iv)　$5!$

(2)　次のものの総数を求めよ。

(i)　5人の生徒から2人を選んで1列に並べるときの並べ方。

(ii)　NUMBERという単語のうち6個の文字を全部使ってできる文字列。

Point Pickup

順列の総数

「　　　　　」n 個のものがあるとき

①　そこから「　　　　　」r 個のものを選んで並べる順列の総数は

$\underline{\qquad\quad}=n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\cdots\cdots(n-r+1)$

②　n 個のものを「　　　　　」並べる順列の総数は

$\underline{\qquad\quad}=n(n-1)(n-2)\cdots\cdots3\cdot2\cdot1$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛解答｝

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§2 順列の利用

要点整理 と 公式

要点3 役割を持たせる

10 人の委員の中から，委員長，副委員長，書記 1 人ずつを選ぶ方法は何通りあるかを考える。

委員長の決め方は　10 通り

副委員長の決め方は，委員長に選んだ人を除く　9 通り

書記の決め方は，委員長，副委員長に選んだ人を除く　8 通り

よって，積の法則により　$10\times9\times8=720$(通り）である。

ここで，$10\times9\times8=$＿＿＿＿であることから，

10人の委員の中から，委員長，副委員長，書記を選ぶ方法は，

10人の中から 3 人選ぶ「　　　　」の総数に等しい。

要点4 制限があるとき

1，2，3，4，5の 5 個の数字から，異なる 3 個の数字を選んで，3 桁の整数を作るとき，

偶数は何個作れるかを考える。

ある整数が偶数であるとき，その「　　　の位」が偶数でなければならない。

その選び方は 2，4 の＿＿＿通りである。

百，十の位の選び方は，残り＿＿＿個の数字から＿＿＿個選ぶ順列の総数に等しく，

＿＿＿通りである。

よって，積の法則により＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿(個)作ることができる。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛メモ｝

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2

(1)　1から7までの数字が1つずつ書かれた7枚のカードのうち，3枚を選んでA，B，Cの3人に1枚ずつ配るとき，配り方の総数は何通りあるか。

(2)　6個の数字0，1，2，3，4，5の中から異なる4個を使ってできる4桁の奇数は何個あるか。

(3)　男子3人，女子2人が1列に並ぶとき，両端が男子になるような並び方は何通りあるか。

Point Pickup

「役割を持たせる」こと

例えば5人の生徒から2人選んで1列に並べる，というのは，

5人から2人選んで，その2人に1，2という番号を与えるのと同じ。

つまり，選んだものに何か異なる「役割」を与えるときの場合の数を求めるには，

「順列」の総数を求めればよい。

特別操作

順列を考えるとき，ある場所に「制限」があるときは，

その部分の場合の数を「　　　　」考える。

その後，制限がない部分の順列を考え，「積の法則」で答えを求める。

※制限がある部分で何を選ぶかで，その後の順列の総数が変わる場合は，

「場合分け」を行う必要がある。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛解答｝

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§3 ▶ 円順列

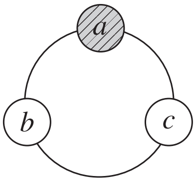
要点整理 と 公式

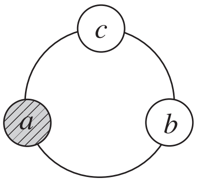
要点 5 円順列

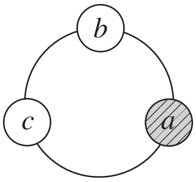
「円順列」… いくつかのものを「　　　　　」に並べる順列。

円順列では，回転すると一致する並び方は同じ並び方，と考える。

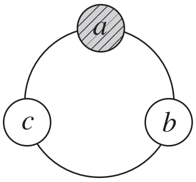
例えば，3 個の文字 a，b，c を円形に並べるとき，以下の①，②，③は，円順列としては同じ並べ方であり，a に注目し a から反時計回りに文字を追っていくと，すべて abc である。

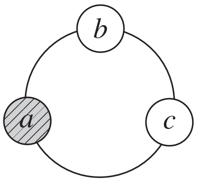
①


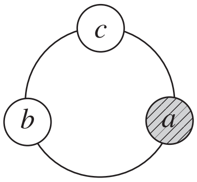
②


③


同様に，以下の④，⑤，⑥は，円順列としては同じ並べ方である。

④


⑤


⑥


①～③，④～⑥の代表として①と④に注目すると，①と④の違いは b と c の並び順の違いである。

つまり，ある文字 a をある場所に＿＿＿＿し，＿＿＿＿の 2 つの文字 b，c ＿＿＿＿＿＿＿＿ことで，円順列の総数を求めることができる。

つまり，3 文字 a，b，c の円順列は　$2!=2$（通り）である。

一般に次のことがいえる。

■ 円順列の総数

異なる n 個のものの円順列の総数は＿＿＿＿＿＿

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛メモ｝

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3

(1)　A，B，C，D，E の 5 人が円形に並ぶとき，次のものを求めよ。

(i)　並び方の総数　　　(ii)　A と B が隣り合う並び方の総数

(2)　異なる 6 個の球をつなげて首飾りを作ると何通りできるか。

Point Pickup

円順列

$\Longrightarrow$　あるものを「　　　　」し，残りのものの順列を考える。

隣り合うときの順列

$\Longrightarrow$　隣り合うものを「　　　　　　　」とみなして順列を考える。

その後，隣り合うもの同士の順列を考え，積の法則で求める。

じゅず順列

$\Longrightarrow$　円順列において，裏返すと同じになるものを同じ並び方とみなすとき，

その順列を「じゅず順列」という。

異なる n 個のもののじゅず順列の総数は

____

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛解答｝

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

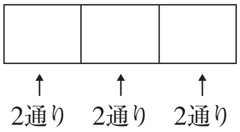
§4 ▶ 重複順列

要点整理 と 公式

要点6 重複順列

同じものを「重複を許す」(同じものを繰り返し使ってもよい)ときの順列を考える。

a，b の 2 文字から，重複を許して 3 個選ぶ順列について



　1 番目の選び方は，a，b の 2 通り

　2 番目の選び方は，a，b の 2 通り

　3 番目の選び方は，a，b の 2 通り

よって，並べ方の総数は，積の法則により　$2\times2\times2=8$(通り)

　このように，重複を許してできる順列を「　　　　　　」という。

　重複を許しているので，どの場所も a，b の 2 通りであり，その積は「　　　　」を使って表すことができる。上の例では，3 個選ぶので $2\times2\times2=2^3$ と表せる。

一般に次のことがいえる。

■ 重複順列の総数

異なる n 個から r 個取る重複順列の総数は ______

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ メモ }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

4

(1) 5問の問題の解答を○か×で答えるとき，５問の○，×の答え方は何通りあるか。

(2) 0，1，2，3 の４個の数字を，重複を許して使って整数を作るとき，次のような整数は何個できるか。

(i) ４桁の整数　　(ii) ４桁の偶数

Point Pickup

重複順列

$\Longrightarrow$ 異なる n 個（n 種類）のものから，重複を許して r 個取る順列は

$n\times n\times\cdots\cdots\times n=$ ＿＿＿（通り）

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第10講　確認テスト

1　6人の生徒から3人選んで1列に並ぶとき，並び方の総数は $_{\boxed{ア}}\mathrm{P}_{\boxed{イ}}=$ ［ウエオ］（通り）である。

2　(1)　8人の委員の中から，委員長，副委員長，書記，会計を1人ずつ選ぶ方法は［カキクケ］通りある。

(2)　5個の数字 1，2，3，4，5 から異なる 3 個を選んで 3 桁の整数を作るとき，偶数が何通りあるか求める。

一の位は［コ］通り，百と十の位は残った4個の数字から2個選ぶ順列で［サシ］通りである。

よって，3桁の偶数は［スセ］通りある。

3　A，B，C，Dの4人が円形に並ぶとき，並び方の総数は［ソ］通り，CとDが隣り合う並び方の総数は［タ］通りある。

4　5個の数字 0，1，2，3，4 から，重複を許して使って整数を作るとき，4桁の奇数は［チツテ］通りある。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ Note }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第11講　組合せ

§1　組合せ

要点整理 と 公式

要点1 組合せ

「組合せ」… いくつかのものから，取り出す順序を無視して取り出して組にしたもの

4個の文字 a，b，c，d から異なる3個を選ぶ組合せは

$\{a,\ b,\ c\}$，$\{a,\ b,\ d\}$，$\{a,\ c,\ d\}$，$\{b,\ c,\ d\}$ の４通りである。

このように，異なる n 個のものから，異なる r 個を取る組合せを，

「n 個のものから r 個取る組合せ」といい，その総数を「　　　」で表す。

上の総数は ${}_4C_3$ と表され，${}_4C_3=4$　である。

この組合せを計算で求める方法を，「順列」を用いて考える。

4個の文字 a，b，c，d から異なる３個を選んで並べる順列は

${}_4P_3=4\cdot3\cdot2=24$（通り）である。

一方でこの順列は，４個の文字 a，b，c，d から異なる３個を選び，その選んだ３個の順列を考えることで求めることができる。

４個の文字 a，b，c，d から異なる３個を選ぶ組合せは ${}_4C_3=4$（通り）であり，

選んだ異なる３個の文字の順列は＿＿＿＿（通り）である。

よって，４個の文字 a，b，c，d から異なる３個を選んで並べる順列は

${}_4C_3\times$＿＿＿$=4\times6=24$（通り）である。

以上より，求めた順列について＿＿＿＿＿＿＿＿が成り立つ。

よって，　　　　　　　　　　　　　　である。この式から，組合せ ${}_4C_3$ を求めるとき，

＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

順列 ${}_4P_3$ において，組合せとして同じものが $3!$ 通りずつあるので，$3!$ で割ったとみることができる。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

■ **組合せの総数　$_n\mathrm{C}_r$**

$$_n\mathrm{C}_r=\frac{_n\mathrm{P}_r}{r!}=\frac{n(n-1)(n-2)\cdots\cdots(n-r+1)}{r(r-1)\cdots\cdots3\cdot2\cdot1}$$

※$0!=1$，$_n\mathrm{P}_0=1$ と定めると，この等式は $r=0$ のときも成り立ち，$_n\mathrm{C}_0=\frac{_n\mathrm{P}_0}{0!}=\frac{1}{1}=1$ である。

また，$_n\mathrm{P}_r=\frac{n!}{(n-r)!}$　より，$_n\mathrm{C}_r=\frac{n!}{r!(n-r)!}$　と表すことができる。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

1

(1)　次の値を求めよ。

(i)　${}_8C_3$　　(ii)　${}_6C_4$　　(iii)　${}_5C_1$

(2)　次のものの総数を求めよ。

(i)　10 人の生徒から 4 人を選ぶときの選び方

(ii)　正六角形の 6 個の頂点のうち，3 点を結んでできる三角形

Point Pickup

組合せの総数

「　　　　　」n 個のものから r 個のものを選ぶ組合せの総数は

$$______ = \frac{n(n-1)(n-2)\cdots\cdots(n-r+1)}{r(r-1)\cdots\cdots3\cdot2\cdot1}$$

組合せは，選ぶ順序は考えない。

選ぶものと，選ばないもの

n 個のものから r 個のものを選ぶことは，選ばない $(n-r)$ 個を決める

ことと同じである。よって

$${}_nC_r={}_nC_{n-r}$$

r が「n の＿＿＿＿＿＿」ときに有効である。

$${}_5C_3={}_5C_{5-3}={}_5C_2=10$$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛解答｝

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§2 ▶ 組合せの利用

要点整理 と 公式

要点 2 どの組からいくつ取るか

男子５人，女子４人の合計９人から３人選ぶとき，その選び方は

______________________ である。

これは，選ぶ３人を「男子，女子に関係なく」選ぶ場合である。

男子５人から２人，女子４人から１人を選んで，合計３人の組を作るときの作り方の総数は

男子５人から２人選ぶ方法は______通り

女子４人から１人選ぶ方法は______通り

よって，積の法則により ______________________ である。

これは，男子の組，女子の組から「それぞれ何人選ぶか」が指定されている場合で，男子の選び方のそれぞれに対して，女子の選び方があるので，積の法則で計算できる。

このように，「どの組からいくつ取るか」が明確になっていれば，それぞれの組における組合せを考え，積の法則により求めることができる。

また，「どの組からいくつ取るか」が明確になっていない場合，必要に応じてそれを自分で決めることによって求めることができる。

男子５人，女子４人の合計９人から３人選ぶとき，その３人の男女の区別は以下。

① 男子 3人

② 男子 2人，女子 1人

③ 男子 1人，女子 2人

④ 女子 3人

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

①のとき　${}_5C_3={}_5C_2=\dfrac{5\cdot4}{2\cdot1}=10$(通り)

②のとき　40 通り

③のとき　${}_5C_1\times{}_4C_2=5\times\dfrac{4\cdot3}{2\cdot1}=30$(通り)

④のとき　${}_4C_3={}_4C_1=4$(通り)

①～④より，和の法則から　$10+40+30+4=84$(通り)　となる。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2

男子７人，女子５人の中から３人を選ぶとき，次のような選び方はそれぞれ何通りあるか。

(1)　男女問わず３人選ぶ。

(2)　男子１人，女子２人を選ぶ。

(3)　男子が少なくとも１人含まれるように選ぶ。

Point Pickup

「少なくとも〜である」場合の数

$\Longrightarrow$　(全体の総数)－(〜ではない場合の数の総数)

少なくとも２個以上の偶数が含まれる。

$\Longrightarrow$　(全体の総数)－(＿＿＿＿＿＿＿＿)

　　　＝(全体の総数)－(＿＿＿＿＿＿＋＿＿＿＿＿＿)

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§3 組分け

要点整理 と 公式

要点3 組に分ける

6人の生徒を A，B，C の 3 つの組に 2 人ずつ分けることを考える。

　A に入る 2 人を選ぶ方法は＿＿＿＿通り

　B に入る 2 人を，残り＿＿＿＿から選ぶ方法は＿＿＿＿通り

　C に入る 2 人は，残った 2 人である。

よって，分け方の総数は，積の法則より

＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿…①

ここで，6 人の生徒を 3 つの組に 2 人ずつ分けることを考えたとき，①の結果とは異なる。

6 人の生徒を a，b，c，d，e，f としたとき，その組分けの例として

$\{a,\ b\}$，$\{c,\ d\}$，$\{e,\ f\}$

がある。

この 3 つの組に A，B，C の名前をつける方法は，「　　　　」を用いると＿＿＿＿通りある。

これは，他の分け方についても同様である。

よって，①の＿＿＿＿通りには，A，B，C の区別をなくすと同じ分け方になるものが＿＿＿＿通りずつ存在する。

$\{a,\ b\}$	$\{c,\ d\}$	$\{e,\ f\}$	
A	B	C	3! 通り
A	C	B	
B	A	C	
B	C	A	
C	A	B	
C	B	A	

よって，分け方の総数は＿＿＿＿＿＿（通り）

｛メモ｝

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3

異なる9個の玉を次のように分けるとき，分け方は何通りあるか。

(1)　A，B，Cの3人に3個ずつ分ける。

(2)　3個ずつ3つの組に分ける。

(3)　2個，2個，2個，3個の4つの組に分ける。

Point Pickup

組分けの基本

⟹　分けるものがすべて区別されているときの組分けにおいて，

「個数が同じで区別できない」組が n 組あれば，

名前をつけて組分けし，その後に「　　　　　　」。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛解答｝

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§4 同じものを含む順列

要点整理 と 公式

要点4 同じものを含む順列

a, a, b の3個の文字の順列を考える。

2つの a を区別するために，a_1, a_2とすると，

a_1, a_2, b の3個の文字の順列は 3! 通りある。

ここで，a_1, a_2 の区別をなくすと，同じ順列になるものが＿＿通りある。

よって，順列の総数は＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿である。

a_1a_2b, a_2a_1b ともに＿＿＿＿

a_1ba_2, a_2ba_1 ともに＿＿＿＿

ba_1a_2, ba_2a_1 ともに＿＿＿＿

一般に次のことがいえる。

■ 同じものを含む順列の総数

aが＿＿個，bが＿＿個，cが＿＿個，合計 n 個あるとき，それら全部の順列の総数は

$$\frac{n!}{\quad!\quad!\quad!}$$

また，a, a, b の順列は，右のように①，②，③の場所を用意し，a, a, b を入れる場所を「組合せ」を用いて「選ぶ」ことで求めることができる。

①	②	③

2つの a を入れる場所を①～③の 3 箇所から 2 箇所選ぶ方法は　${}_3C_2$　通り

残った場所に b を入れればよい。

よって，順列の総数は　${}_3C_2=3$(通り)　である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ メモ }

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

4

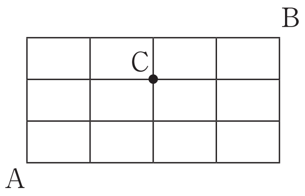
(1)　1，1，1，2，2，3の6個すべてを使ってできる6桁の整数は何個あるか。

(2)　右の図は，ある町の道を直線で表したものである。

次のそれぞれで，遠回りをしないで行く道順は何通りあるか。

(i)　AからBまで行く。

(ii)　AからCを通ってBまで行く。



Point Pickup

同じものを含む順列

①　公式 $\dfrac{n!}{p!q!r!}$　　②　組合せを用いて，同じものが入る場所を選ぶ。

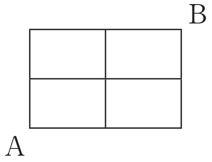
最短経路の総数

右図で，右に1区画進むことを→，

上に1区画進むことを↑で表すと，

AからBまでの最短経路の総数は

→2個と↑2個，合計4個の「　　　　」で求めることができる。



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第11講　確認テスト

1 8個の異なる球から5個選ぶ選び方は $_{\boxed{ア}}\mathrm{C}_{\boxed{イ}}=\boxed{ウエ}$（通り）である。

8個の異なる球から5個選ぶことは，選ばない $\boxed{オ}$ 個を決めることと同じである。

よって $_{\boxed{ア}}\mathrm{C}_{\boxed{イ}}={}_{\boxed{ア}}\mathrm{C}_{\boxed{オ}}$ である。

2 男子5人，女子4人の中から男子2人，女子1人を選ぶ方法は $\boxed{カキ}$ 通りある。また，この9人から3人選ぶとき，少なくとも女子が1人選ばれる場合の数は $\boxed{クケ}$ 通りある。

3 異なる6個の玉を分けるとき，A，B，Cの3人に2個ずつ分ける方法は $\boxed{コサ}$ 通りである。

$\boxed{コサ}$ 通りの中にはA，B，Cの区別をなくすと同じ分け方になるものが $\boxed{シ}!$ 通りある。よって，異なる6個の玉を2個ずつ3つの組に分ける方法は $\boxed{スセ}$ 通りある。

4 a，a，a，b，c の5個の文字をすべて使ってできる文字列は $\boxed{ソタ}$ 通りある。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ Note }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

テキスト解答

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第1講　式の計算と展開

1

（1）x に着目すると　$-3ay^3 \times x^2$　　よって，係数は　$-3ay^3$，　次数は　2

y に着目すると　$-3ax^2 \times y^3$　　よって，係数は　$-3ax^2$，　次数は　3

（2）x に着目すると　$3x^2+x+(-2y^3+4)$　　よって，2次式，　定数項は　$-2y^3+4$

y に着目すると　$-2y^3+(3x^2+x+4)$　　よって，3次式，　定数項は　$3x^2+x+4$

2

（1）$x^2+3-x^3+5x-3x^2-2x^3+2$

$=-x^3-2x^3+x^2-3x^2+5x+3+2$

$=(-1-2)x^3+(1-3)x^2+5x+(3+2)$

$=-3x^3-2x^2+5x+5$

（2）$2x^2+4xy-y^2-5x+3y+7$

$=2x^2+4yx-5x-y^2+3y+7$

$=2x^2+(4y-5)x+(-y^2+3y+7)$

3

（1）$A+B=(x^2+x+3)+(2x^2-x-5)$

$=x^2+x+3+2x^2-x-5$

$=3x^2-2$

$A-B=(x^2+x+3)-(2x^2-x-5)$

$=x^2+x+3-2x^2+x+5$

$=-x^2+2x+8$

（2）$2a^2\times(-3a^3)^2=2a^2\times(-3)^2\times(a^3)^2=2a^2\times9\times a^6=18\times a^{2+6}=18a^8$

（3）（i）$2x(x^2-3x)=2x\cdot x^2+2x\cdot(-3x)=2x^3-6x^2$

（ii）$(x^2-3xy-2y)\times(-xy)=x^2\cdot(-xy)+(-3xy)\cdot(-xy)+(-2y)\cdot(-xy)$

$=-x^3y+3x^2y^2+2xy^2$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

4

(1)　(i)　$(2x+1)^2=(2x)^2+2\cdot 2x\cdot 1+1^2=4x^2+4x+1$

(ii)　$(3x-2y)^2=(3x)^2-2\cdot 3x\cdot 2y+(2y)^2=9x^2-12xy+4y^2$

(iii)　$(3x+5y)(3x-5y)=(3x)^2-(5y)^2=9x^2-25y^2$

(iv)　$(x-7y)(x-5y)=x^2+(-5y-7y)x+(-7y)\cdot(-5y)=x^2-12xy+35y^2$

（別解）　$(x-7y)(x-5y)=x^2+(-5-7)xy+7\cdot 5y^2=x^2-12xy+35y^2$

(2)　(i)　$(2x+3)(3x-4)=6x^2+(-8+9)x-12=6x^2+x-12$

(ii)　$(x+3y)(3x-7y)=3x^2+(-7+9)xy-21y^2=3x^2+2xy-21y^2$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第2講　因数分解

1

（1）(i)　$15x^3-5x^2y=5x^2\cdot 3x-5x^2\cdot y=5x^2(3x-y)$

(ii)　$6a^2bc-9ab^2c+12abc^2=3abc\cdot 2a-3abc\cdot 3b+3abc\cdot 4c=3abc(2a-3b+4c)$

（2）(i)　$a-4=A$　とおくと

$(a-4)x+(a-4)y=Ax+Ay=A(x+y)=(a-4)(x+y)$

(ii)　$a-b=A$　とおくと

$(a-b)x^2+(b-a)y=(a-b)x^2-(a-b)y$

$=Ax^2-Ay$

$=A(x^2-y)$

$=(a-b)(x^2-y)$

2

（1）(i)　$x^2+8xy+16y^2=x^2+2\cdot x\cdot 4y+(4y)^2=(x+4y)^2$

(ii)　$9x^2-12xy+4y^2=(3x)^2-2\cdot 3x\cdot 2y+(2y)^2=(3x-2y)^2$

(iii)　$25x^2-49=(5x)^2-7^2=(5x+7)(5x-7)$

(iv)　$16x^2-y^2=(4x)^2-y^2=(4x+y)(4x-y)$

（2）(i)　$x^2+6x+5=(x+1)(x+5)$

(ii)　$x^2+x-6=(x+3)(x-2)$

(iii)　$x^2-8xy+15y^2=(x-3y)(x-5y)$

(iv)　$x^2-13xy+30y^2=(x-10y)(x-3y)$

3

（1）$5x^2+7x+2=(5x+2)(x+1)$

（2）$4x^2-8x+3=(2x-1)(2x-3)$

（3）$2x^2+x-6=(2x-3)(x+2)$

（4）$6x^2+5x-6=(2x+3)(3x-2)$

（5）$12x^2-13xy-4y^2=(4x+y)(3x-4y)$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

4

(1) (i) $x-y=X$ とおくと

$$(x-y)^2-4(x-y)-12=X^2-4X-12$$
$$=(X-6)(X+2)$$
$$=(x-y-6)(x-y+2)$$

(ii) $(x-2y)^2+8(2y-x)+16=(x-2y)^2-8(x-2y)+16$

$x-2y=X$ とおくと

$$(x-2y)^2+8(2y-x)+16=X^2-8X+16$$
$$=(X-4)^2$$
$$=(x-2y-4)^2$$

(2) (i) $ab-a+2b-2=(b-1)a+(2b-2)$

$$=(b-1)a+2(b-1)$$
$$=(b-1)(a+2)$$
$$=(a+2)(b-1)$$

(ii) $x^2+xy+x+2y-2=(x+2)y+(x^2+x-2)$

$$=(x+2)y+(x+2)(x-1)$$
$$=(x+2)(y+x-1)$$
$$=(x+2)(x+y-1)$$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第3講　実数・絶対値・1次不等式

1

（1）（i）　2÷3 を計算して　$\dfrac{2}{3}=0.666\cdots\cdots=0.\dot{6}$

（ii）　7÷33 を計算して　$-\dfrac{7}{33}=-0.2121\cdots\cdots=-0.\dot{2}\dot{1}$

（2）　$x=0.\dot{2}$とおくと

$$\begin{array}{rl} 10x &= 2.222\cdots\cdots \\ -)\quad x &= 0.222\cdots\cdots \\ \hline 9x &= 2 \qquad x=\dfrac{2}{9} \end{array}$$

（3）（i）　$|4|=4$　　（ii）　$|-3|=-(-3)=3$　　（iii）　$|\sqrt{2}-2|=-(\sqrt{2}-2)=-\sqrt{2}+2$

2

（1）（i）　$\sqrt{2}\times\sqrt{6}=\sqrt{2}\times\sqrt{2\times3}=\sqrt{2^2\times3}=2\sqrt{3}$

（ii）　$\sqrt{12}-\sqrt{27}=2\sqrt{3}-3\sqrt{3}=-\sqrt{3}$

（iii）　$(\sqrt{5}-2\sqrt{2})^2=(\sqrt{5})^2-2\cdot\sqrt{5}\cdot2\sqrt{2}+(2\sqrt{2})^2=5-4\sqrt{10}+8=13-4\sqrt{10}$

（iv）　$(\sqrt{7}-2)(\sqrt{7}+2)=(\sqrt{7})^2-2^2=7-4=3$

（2）（i）　$\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\dfrac{2\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{2\sqrt{6}}{2}=\sqrt{6}$

（ii）　$\dfrac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{(\sqrt{6}-\sqrt{2})(\sqrt{6}+\sqrt{2})}=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{6-2}=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

（iii）　$\dfrac{4}{3+\sqrt{7}}=\dfrac{4(3-\sqrt{7})}{(3+\sqrt{7})(3-\sqrt{7})}=\dfrac{4(3-\sqrt{7})}{9-7}=\dfrac{4(3-\sqrt{7})}{2}=2(3-\sqrt{7})=6-2\sqrt{7}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3

(1) (i) $7x+8<4x-13$　$3x<-21$　$x<-7$

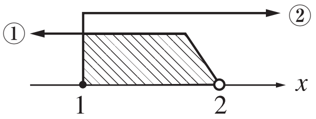
(ii) $3(x-2)<2(5x+4)$　$3x-6<10x+8$　$-7x<14$　$x>-2$

(iii) $0.4x+0.2>-0.1x+1.4$　$4x+2>-x+14$　$5x>12$　$x>\frac{12}{5}$

(iv) $\frac{1}{2}x+1\geqq\frac{4}{3}x-\frac{1}{6}$　$3x+6\geqq8x-1$　$-5x\geqq-7$　$x\leqq\frac{7}{5}$

(2) $-x+4>2x-2$ より　$-3x>-6$　$x<2$　…①

$5x-1\geqq3x+1$ より　$2x\geqq2$　$x\geqq1$　…②



①，②の共通範囲を求めて　$1\leqq x<2$

4

(1) (i) $|x|=3$ より　$x=\pm3$

(ii) $|x-1|=3$ より　$x-1=\pm3$

$x-1=3$ より　$x=4$　$x-1=-3$ より　$x=-2$

よって　$x=-2,\ 4$

(2) (i) $|x|<3$ より　$-3<x<3$

(ii) $|x+2|<3$ より　$-3<x+2<3$　よって　$-5<x<1$

(iii) $|x|\geqq3$ より　$x\leqq-3,\ 3\leqq x$

(iv) $|x-3|\geqq3$ より　$x-3\leqq-3,\ 3\leqq x-3$　よって　$x\leqq0,\ 6\leqq x$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第4講　集合・命題と条件

1

(1)　(i)　$A=\{3,\ 6,\ 9,\ 12,\ 15,\ 18,\ 21,\ 24,\ 27,\ 30\}$

(ii)　$B=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 8,\ 12,\ 24\}$

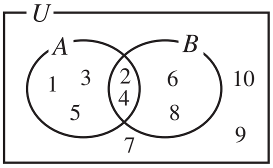
(2)　$B=\{2,\ 3\}$，$C=\{2,\ 3,\ 5,\ 7\}$，$D=\{1,\ 2,\ 3,\ 5,\ 7\}$，$E=\varnothing$ より，

$A=\{2,\ 3,\ 5,\ 7\}$ との関係は

$B\subset A$，　$A=C$，　$A\subset D$，　$E\subset A$

2

(1)　ベン図は右図。



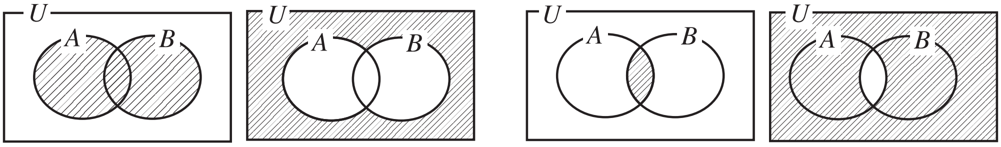
(i)　$A\cap B=\{2,\ 4\}$

(ii)　$A\cup B=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 8\}$

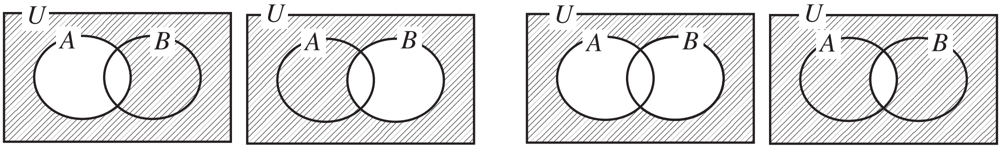
(iii)　$\overline{A}=\{6,\ 7,\ 8,\ 9,\ 10\}$

(iv)　$\overline{A}\cap B=\{6,\ 8\}$

(2)　$A\cup B$　　$\overline{A\cup B}$　　$A\cap B$　　$\overline{A\cap B}$



$\overline{A}$　　$\overline{B}$　　$\overline{A}\cap\overline{B}$　　$\overline{A}\cup\overline{B}$



よって　図より，$\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$，$\overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$ が成り立つ

3

(1)　(i)　真　　(ii)　偽（反例　$x=1$，$y=-1$）

(2)　(i)　真　　(ii)　偽（反例　$x=3$）　　(iii)　偽（反例　$n=9$）

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

4

(1)　(i)　十分条件である　　(ii)　必要条件である

(2)　(i)　x は無理数である　　(ii)　$x \neq 0$　または　$y \neq 0$　　(iii)　$x \geqq 4$　かつ　$y < -2$

(3)　x，y はともに無理数 $\Longrightarrow$ $x+y$ は無理数

これは偽である。反例 $x=\sqrt{2}$，$y=-\sqrt{2}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第5講　2次関数とグラフ

1

（1）$y=\frac{1}{2}\cdot x\cdot(12-x)=6x-\frac{1}{2}x^2$　　よって　$y=-\frac{1}{2}x^2+6x$

（2）底辺の長さ，高さはともに正より　$x>0$　かつ　$12-x>0$

よって定義域は　$0<x<12$

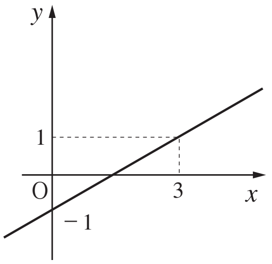
（3）$f(x)=-\frac{1}{2}x^2+6x$

(i)　$f(4)=-\frac{1}{2}\cdot4^2+6\cdot4=16$　　(ii)　$f(8)=-\frac{1}{2}\cdot8^2+6\cdot8=16$

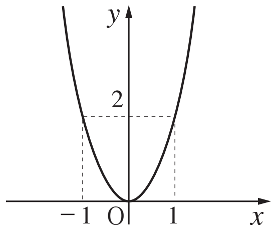
(iii)　$f(t)=-\frac{1}{2}t^2+6t$

2

（1）(i)



(ii)

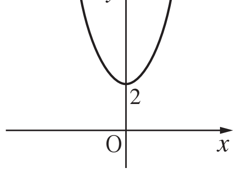


（2）(i)　頂点(0，2)，軸　$x=0$　　(ii)　頂点(0，−3)，軸　$x=0$

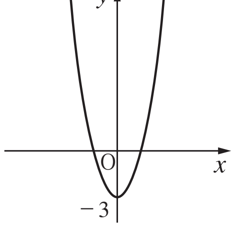
(iii)　頂点(1，0)，軸　$x=1$　　(iv)　頂点(−1，0)，軸　$x=-1$

グラフは以下

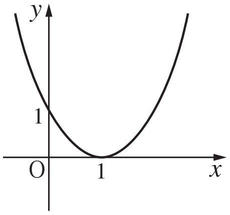
(i)



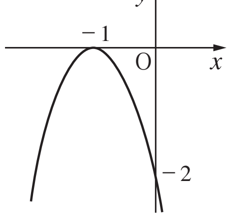
(ii)



(iii)



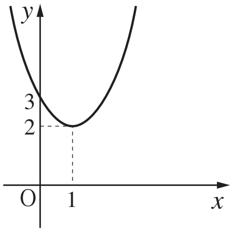
(iv)



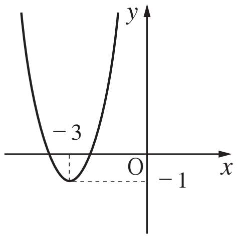
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3

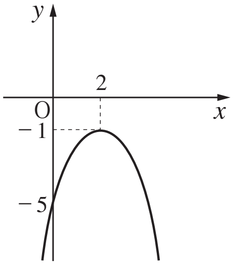
（1）頂点(1，2)



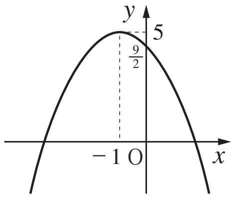
（2）頂点(−3，−1)



（3）頂点(2，−1)



（4）頂点(−1，5)



4

（1）（i）　$y=x^2+6x$

$=(x+3)^2-3^2$

$=(x+3)^2-9$

（ii）$y=x^2+x$

$=\left(x+\dfrac{1}{2}\right)^2-\left(\dfrac{1}{2}\right)^2$

$=\left(x+\dfrac{1}{2}\right)^2-\dfrac{1}{4}$

（iii）$y=x^2-4x+5$

$=(x-2)^2-2^2+5$

$=(x-2)^2+1$

（2）（i）　$y=2x^2+4x$

$=2(x^2+2x)$

$=2\{(x+1)^2-1\}$

$=2(x+1)^2-2$

（ii）$y=-x^2-14x$

$=-(x^2+14x)$

$=-\{(x+7)^2-49\}$

$=-(x+7)^2+49$

（iii）$y=2x^2-2x$

$=2(x^2-x)$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

$=2\left\{\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}\right\}$

$=2\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{2}$

(iv)　$y=-3x^2-9x$

$=-3(x^2+3x)$

$=-3\left\{\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-\frac{9}{4}\right\}$

$=-3\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{27}{4}$

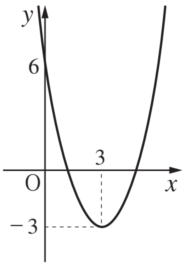
(3)　(i)　$y=x^2-6x+6$

$=(x-3)^2-9+6$

$=(x-3)^2-3$

頂点は$(3,\ -3)$

よってグラフは右図



(ii)　$y=-x^2-4x+2$

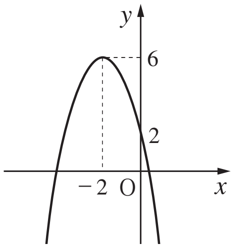
$=-(x^2+4x)+2$

$=-\{(x+2)^2-4\}+2$

$=-(x+2)^2+6$

頂点は$(-2,\ 6)$

よってグラフは右図



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第6講　2次関数のグラフと最大・最小

1

(1)　$x=2$ のとき最小値 3，最大値はない。

(2)　$x=-3$ のとき最大値 -1，最小値はない。

(3)　$y=2x^2-12x+15=2(x-3)^2-3$

よって　$x=3$ のとき最小値 -3，最大値はない。

(4)　$y=-2x^2-4x+3=-2(x+1)^2+5$

よって　$x=-1$ のとき最大値 5，最小値はない。

2

(1)　$x=3$　で最大値 9，$x=0$ で最小値 0

(2)　$x=0$　で最大値 2，最小値はない。

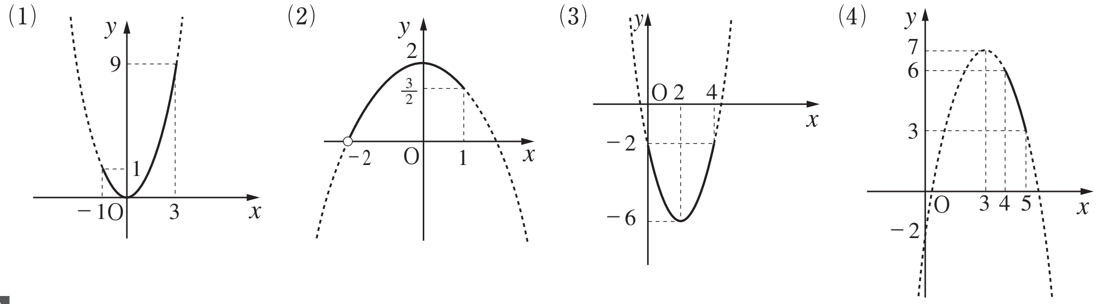
(3)　$y=x^2-4x-2=(x-2)^2-6$ より　頂点は$(2,\ -6)$

よって　$x=0,\ 4$ で最大値 -2，$x=2$ で最小値 -6

(4)　$y=-x^2+6x-2=-(x-3)^2+7$　より　頂点は$(3,\ 7)$

よって　$x=4$ で最大値 6，$x=5$ で最小値 3

(参考図)



3

(1)　頂点が点$(2,\ 5)$であることより，求める2次関数は

$y=a(x-2)^2+5$

と表される。このグラフが点$(1,\ 6)$を通るので

$6=a(1-2)^2+5$　　$a=1$

よって　$y=(x-2)^2+5$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

(2)　軸の方程式が $x=-1$ であることより，求める2次関数は

$$y=a(x+1)^2+q$$

と表される。このグラフが2点$(1,\ -9)$，$(0,\ -3)$を通るので

$$-9=4a+q,\ -3=a+q$$

これを解いて　$a=-2,\ q=-1$

よって　$y=-2(x+1)^2-1$

(3)　求める2次関数を $y=ax^2+bx+c$ とおく。

このグラフが3点$(0,\ 5)$，$(1,\ 4)$，$(-1,\ 12)$を通るので

$$\begin{cases} 5=c & \cdots① \\ 4=a+b+c & \cdots② \\ 12=a-b+c & \cdots③ \end{cases}$$

②，③に①を代入して整理すると

$$a+b=-1,\ a-b=7$$

これを解いて　$a=3,\ b=-4$

よって　$y=3x^2-4x+5$

4

(1)　$y=-x^2-8x-18=-(x+4)^2-2$　より，頂点は点$(-4,\ -2)$

$y=-x^2+6x-12=-(x-3)^2-3$　より，頂点は点$(3,\ -3)$

よって，$y=-x^2-8x-18$ を x 軸方向に7，y 軸方向に-1平行移動すると，

$y=-x^2+6x-12$ に重なる。

(2)　$y=2x^2-4x+3=2(x-1)^2+1$　より，頂点は点$(1,\ 1)$

この放物線を x 軸方向に -2，y軸方向に 3 だけ平行移動すると，頂点は点$(-1,\ 4)$へ移動する。

よって　求める放物線の方程式は　$y=2(x+1)^2+4$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第7講　2次関数のグラフと2次方程式

1

(1) $x^2-5x-36=0$　　$(x-9)(x+4)=0$　　$x=9,\ -4$

(2) $x^2+12x+36=0$　　$(x+6)^2=0$　　$x=-6$

(3) $3x^2-7x-6=0$　　$(3x+2)(x-3)=0$　　$x=-\dfrac{2}{3},\ 3$

(4) $x^2-12=0$　　$x^2=12$　　$x=\pm\sqrt{12}=\pm 2\sqrt{3}$

(5) $2x^2-5x+1=0$　　$x=\dfrac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\cdot 2\cdot 1}}{2\cdot 2}=\dfrac{5\pm\sqrt{25-8}}{4}=\dfrac{5\pm\sqrt{17}}{4}$

(6) $x^2+2x-1=0$

$$x=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\cdot 1\cdot(-1)}}{2\cdot 1}=\frac{-2\pm\sqrt{4+4}}{2}=\frac{-2\pm\sqrt{8}}{2}=\frac{-2\pm 2\sqrt{2}}{2}=-1\pm\sqrt{2}$$

2

(1) 与えられた方程式の判別式をDとする。

(i)　$D=4^2-4\cdot 1\cdot 1=12>0$ より 2 個

(ii) $D=(-3)^2-4\cdot 1\cdot 3=-3<0$ より 0 個

(iii) $D=6^2-4\cdot 9\cdot 1=0$ より 1 個

(2) この方程式の判別式をDとすると，$D=4^2-4\cdot 3\cdot m=16-12m$

異なる 2 つの実数解をもつための条件は　$D>0$

よって　$16-12m>0$　より　$m<\dfrac{4}{3}$

3

(1) 2 次方程式　$x^2+2x-8=0$　を解くと　$(x+4)(x-2)=0$　より　$x=-4,\ 2$

よって共有点の座標は　$(-4,\ 0)$，$(2,\ 0)$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

(2)　2次方程式　$-x^2+6x+4=0$　を解くと

$$x^2-6x-4=0 \quad より \quad x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-1\cdot(-4)}}{1}=3\pm\sqrt{13}$$

よって，共有点の座標は　$(3-\sqrt{13},\ 0)$，$(3+\sqrt{13},\ 0)$

(3)　2次方程式　$4x^2-4x+1=0$　を解くと　$(2x-1)^2=0$　より　$x=\frac{1}{2}$

よって，共有点の座標は　$\left(\frac{1}{2},\ 0\right)$

4

(1)　(i)　$D=(-5)^2-4\cdot 2\cdot 2=9>0$　より，x軸と異なる２点で交わる

(ii)　$D=(-1)^2-4\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=0$　より，x軸と接する

(iii)　$D=6^2-4\cdot 1\cdot 10=-4<0$　より，x軸と共有点をもたない

(2)　$D=2^2-4\cdot 1\cdot m=4-4m$　とすると，グラフがx軸と異なる２点で交わるための条件は

$D>0$　である。

よって　$4-4m>0$　より　$m<1$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第8講　2次不等式

1

（1）$x<-2,\ 1<x$

（2）$0<x<3$

（3）$x^2-2x-8\geqq 0$　より　$(x-4)(x+2)\geqq 0$　よって　$x\leqq -2,\ 4\leqq x$

（4）$2x^2-5x-3\leqq 0$　より　$(2x+1)(x-3)\leqq 0$　よって　$-\dfrac{1}{2}\leqq x\leqq 3$

（5）$x^2+5x-2=0$　を解くと　$x=\dfrac{-5\pm\sqrt{33}}{2}$

よって，求める2次不等式の解は　$x<\dfrac{-5-\sqrt{33}}{2},\ \dfrac{-5+\sqrt{33}}{2}<x$

（6）$-x^2+4x-1>0$　より　$x^2-4x+1<0$

$x^2-4x+1=0$　を解くと　$x=2\pm\sqrt{3}$

よって，求める2次不等式の解は　$2-\sqrt{3}<x<2+\sqrt{3}$

2

（1）$x^2-4x+4>0$　より　$(x-2)^2>0$　よって　2 以外のすべての実数

（2）$9x^2+6x+1\geqq 0$　より　$(3x+1)^2\geqq 0$　よって　すべての実数

（3）$x^2+10x+25<0$　より　$(x+5)^2<0$　よって　解はない

（4）$4x^2-12x+9\leqq 0$　より　$(2x-3)^2\leqq 0$　よって　$x=\dfrac{3}{2}$

3

（1）$x^2-4x+5=(x-2)^2+1$　よって　$x^2-4x+5>0$　の解は　すべての実数

（2）$x^2+5x+7=\left(x+\dfrac{5}{2}\right)^2+\dfrac{3}{4}$　よって　$x^2+5x+7\geqq 0$　の解は　すべての実数

（3）$2x^2+4x+3=2(x+1)^2+1$　よって　$2x^2+4x+3<0$　の解は　ない

（4）$-2x^2+3x-2\geqq 0$　より　$2x^2-3x+2\leqq 0$

$2x^2-3x+2=2\left(x-\dfrac{3}{4}\right)^2+\dfrac{7}{8}$　よって　$2x^2-3x+2\leqq 0$　の解は　ない

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

4

(1)　判別式をDとすると　$D=(2k)^2-4\cdot 1\cdot 1=4k^2-4$

2次方程式が実数解をもつための条件は　$D\geqq 0$　である。

よって　$4k^2-4\geqq 0$　　$k^2-1\geqq 0$　　$(k+1)(k-1)\geqq 0$

ゆえに　$k\leqq -1,\ 1\leqq k$

(2)　$D=(2m)^2-4\cdot(-1)\cdot(-m-6)=4m^2-4m-24$　とすると，

2次関数　$y=-x^2+2mx-m-6$　が常にx軸より下にあるための条件は　$D<0$　である。

よって　$4m^2-4m-24<0$　　$m^2-m-6<0$　　$(m+2)(m-3)<0$

ゆえに　$-2<m<3$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第9講　個数を数える

1

100以下の自然数全体の集合をUとし，Uの部分集合のうち，

5の倍数であるもの全体の集合をA，7の倍数であるもの全体の集合をBとすると，

$A=\{5\cdot1,\ 5\cdot2,\ \cdots\cdots,\ 5\cdot20\}$

$B=\{7\cdot1,\ 7\cdot2,\ \cdots\cdots,\ 7\cdot14\}$

(1)　$n(A)=20$　より　20個

(2)　$n(\overline{A})=n(U)-n(A)=100-20=80$　より　80個

(3)　$n(B)=14$　より　14個

(4)　$A\cap B$は，5と7の最小公倍数35の倍数全体の集合である。

$A\cap B=\{35,\ 70\}$　より　$n(A\cap B)=2$　　よって　2個

(5)　$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)=20+14-2=32$　　よって　32個

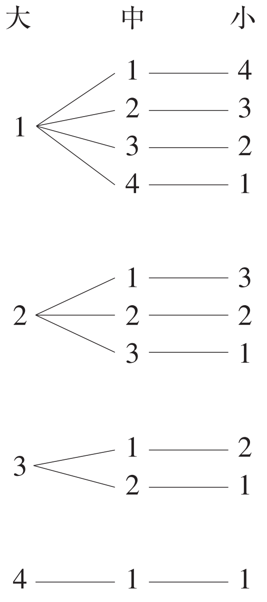
(6)　$n(A\cap\overline{B})=n(A)-n(A\cap B)=20-2=18$　　よって　18個

2

(1)　目の和が6になるときの大，中，小3つの

さいころの目の樹形図は右図。

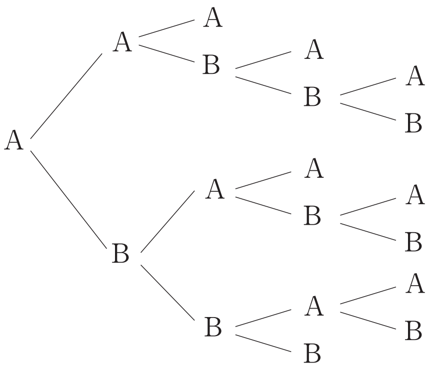
よって　10通り



(2)　じゃんけんで勝った方をA，Bで表すと

1回目にAが勝つときの樹形図は以下。

よって　10通り



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3

大小2つのさいころの目を(大きいさいころの目，小さいさいころの目)で表す。

(1)　和が4になるのは(1，3)，(2，2)，(3，1)の3通り

和が5になるのは(1，4)，(2，3)，(3，2)，(4，1)の4通り

これらは同時に起こらないので，求める場合の数は　$3+4=7$(通り)

(2)　和が4または8または12になる場合である。

和が4になるのは(1)より3通り

和が8になるのは(2，6)，(3，5)，(4，4)，(5，3)，(6，2)の5通り

和が12になるのは(6，6)の1通り

これらは同時に起こらないので，求める場合の数は　$3+5+1=9$(通り)

4

(1)　1回目に偶数の目が出るのは，2，4，6の3通り

そのどの場合においても，2回目に奇数の目が出るのは1，3，5の3通り

よって，求める場合の数は　$3\times3=9$(通り)

(2)　$432=2^4\times3^3$　より，432の正の約数の個数は　$5\times4=20$(個)

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第10講　順列

1

(1)　(i)　$_4P_3=4\cdot3\cdot2=24$　　(ii)　$_7P_1=7$

(iii)　$3!=3\cdot2\cdot1=6$　　(iv)　$5!=5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1=120$

(2)　(i)　$_5P_2=5\cdot4=20$(通り)　　(ii)　$6!=6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1=720$(通り)

2

(1)　7 枚のカードから 3 枚選ぶ順列の総数に等しい。

よって　$_7P_3=7\cdot6\cdot5=210$(通り)

(2)　ある整数が奇数であるのは，その一の位が奇数のときである。

よって，一の位は 1，3，5 の 3 通り

そのそれぞれに対し，千の位は，0を除いた 4 通り。

百，十の位は，残り 4 個の数字から2 個選ぶ順列で　$_4P_2$通り

よって　$3\times4\times{}_4P_2=3\times4\times4\cdot3=144$(個)

(3)　男子 2 人が両端に並ぶ並び方は　$_3P_2$　通り

そのそれぞれに対し，残り 3 人の並び方は　3!　通り

よって　$_3P_2\times3!=3\cdot2\times3\cdot2\cdot1=36$(通り)

3

(1)　(i)　Aを固定すると，求める場合の数は残りの 4 人の順列である。

よって　$4!=4\cdot3\cdot2\cdot1=24$(通り)

(ii)　AとBをまとめて 1 組と考えて，この 2 人を固定する。

残り 3 人の順列は　3!　通り

1 組と考えた 2 人の並び方は　2!　通り

よって，求める場合の数は　$3!\times2!=3\cdot2\cdot1\times2\cdot1=12$(通り)

(2)　異なる 6 個の球を円形に並べる方法は　5!　通り

これを首飾りにしたとき，裏返すと同じ並び方になるものが 2 通りずつある。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

よって，求める場合の数は　$\dfrac{5!}{2}=\dfrac{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{2}=60$(通り)

4

(1)　問題ごとの答え方はそれぞれ○，×の 2 通り。

よって，求める場合の数は　$2^5=32$(通り)

(2)　(i)　千の位は 1~3 の 3 通り

残りの位の決め方は　4^3　通り

よって，求める個数は　$3\times4^3=192$(個)

(ii)　千の位は 1~3 の 3 通り

一の位は 0，2 の 2 通り

残りの位の決め方は　4^2　通り

よって，求める個数は　$3\times2\times4^2=96$(個)

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第11講　組合せ

1

(1)　(i)　${}_8C_3=\dfrac{8\cdot7\cdot6}{3\cdot2\cdot1}=56$　　(ii)　${}_6C_4={}_6C_2=\dfrac{6\cdot5}{2\cdot1}=15$　　(iii)　${}_5C_1=5$

(2)　(i)　${}_{10}C_4=\dfrac{10\cdot9\cdot8\cdot7}{4\cdot3\cdot2\cdot1}=210$(通り)

(ii)　求める三角形の個数は，異なる 6 個から 3 個を取る組合せの総数である。

よって　${}_6C_3=\dfrac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1}=20$(通り)

2

(1)　${}_{12}C_3=\dfrac{12\cdot11\cdot10}{3\cdot2\cdot1}=220$(通り)

(2)　男子の選び方は　${}_7C_1$　通り，女子の選び方は　${}_5C_2$　通りある。

よって，求める選び方は　${}_7C_1\times{}_5C_2=7\times\dfrac{5\cdot4}{2\cdot1}=70$(通り)

(3)　男子が 1 人も選ばれないのは，女子 5 人から 3 人を選ぶときで　${}_5C_3$　通り

よって，求める場合の数は　$220-{}_5C_3=220-\dfrac{5\cdot4\cdot3}{3\cdot2\cdot1}=210$(通り)

3

(1)　9 個の玉をA，B，Cの 3 人に 3 個ずつ分けるときの分け方の総数は，積の法則より

$${}_9C_3\times{}_6C_3=\frac{9\cdot8\cdot7}{3\cdot2\cdot1}\times\frac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1}=1680\text{(通り)}$$

(2)　(1)の分け方で，同じ個数の組A，B，Cの区別をなくすと，同じ分け方になるものが3!通りずつ存在する。

よって，分け方の総数は　$\dfrac{1680}{3!}=\dfrac{1680}{6}=280$(通り)

(3)　9 個の玉をA，B，C，Dの 4 組にそれぞれ 2 個，2 個，2 個，3 個ずつ分けるときの分け方の総数は，積の法則より　${}_9C_2\times{}_7C_2\times{}_5C_2$　通り

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

この分け方で，同じ個数の組A，B，Cの区別をなくすと，同じ分け方になるものが3!通りずつ存在する。

よって，分け方の総数は $\dfrac{{}_9C_2\times{}_7C_2\times{}_5C_2}{3!}=\dfrac{9\cdot8}{2\cdot1}\times\dfrac{7\cdot6}{2\cdot1}\times\dfrac{5\cdot4}{2\cdot1}\times\dfrac{1}{6}=1260$（通り）

4

(1) $\dfrac{6!}{3!2!}=\dfrac{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{3\cdot2\cdot1\times2\cdot1}=60$（個）

（別解）3個の1が入る位の決め方は ${}_6C_3$ 通り

残りの位において，2個の2が入る桁の決め方は ${}_3C_2$ 通り

3は残った位に入る。

よって，求める総数は ${}_6C_3\times{}_3C_2=\dfrac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1}\times\dfrac{3\cdot2}{2\cdot1}=60$（個）

(2) 右に1区画進むことを→，上に1区画進むことを↑で表す。

(i) AからBに行くときの道順は，→4個と↑3個，合計7個の順列で表される。

よって，求める道順の総数は $\dfrac{7!}{4!3!}=\dfrac{7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{4\cdot3\cdot2\cdot1\times3\cdot2\cdot1}=\dfrac{7\cdot6\cdot5}{3\cdot2\cdot1}=35$（通り）

(ii) AからCまで行く道順は $\dfrac{4!}{2!2!}$ 通り，CからBまで行く道順は $\dfrac{3!}{2!}$ 通り

よって，求める道順の総数は，積の法則より $\dfrac{4!}{2!2!}\times\dfrac{3!}{2!}=6\times3=18$（通り）

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

確認テスト解答

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第1講　確認テスト

1　多項式 $x-7y+6x^3+1$ は，x に着目すると［ア］次式，yに着目すると［イ］次式である。

2　$A=2x^2-4x-5$，$B=x^2-2x+2$ のとき，$2A-B=$［ウ］x^2-［エ］$x-$［オカ］である。

3　$2xy^2\times(3xy)^2$ を計算すると［キク］$x^{［ケ］}y^{［コ］}$ となる。

4　次の式を展開せよ。

(1)　$(3x-4y)^2=9x^2-$［サシ］$xy+16y^2$

(2)　$(3x+2)(4x-5)=12x^2-$［ス］$x-10$

{ 解答 }

1　ア　3　　イ　1

2　ウ　3　　エ　6　　オ　1　　カ　2

3　キ　1　　ク　8　　ケ　3　　コ　4

4　(1)　サ　2　　シ　4　　(2)　ス　7

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第2講　確認テスト

1 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^2-3xy-54y^2=(x+\boxed{ア}y)(x-\boxed{イ}y)$

(2) $2x^2-5x+2=(\boxed{ウ}x-\boxed{エ})(x-\boxed{オ})$

(3) $6x^2-5x-6=(\boxed{カ}x+\boxed{キ})(\boxed{ク}x-\boxed{ケ})$

(4) $a^2+ab+2a+4b-8=(a+\boxed{コ})b+a^2+2a-8$

$=(a+\boxed{コ})b+(a+\boxed{サ})(a-\boxed{シ})$

$=(a+\boxed{ス})(a+b-\boxed{セ})$

{ 解答 }

1 (1) ア　6　　イ　9

(2) ウ　2　　エ　1　　オ　2

(3) カ　3　　キ　2　　ク　2　　ケ　3

(4) コ　4　　サ　4　　シ　2　　ス　4　　セ　2

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第3講 確認テスト

1 $\dfrac{\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$ の分母を有理化すると $\boxed{ア}\sqrt{3}+\boxed{イ}$ となる。

2 不等式　$5x-1>8x-7$　の解は　$x<\boxed{ウ}$　である。

3 連立不等式 $\begin{cases} 2x+4\leqq 10 \\ -4-x\leqq 2x+2 \end{cases}$ の解は　$-\boxed{エ}\leqq x\leqq\boxed{オ}$　である。

4 次の方程式，不等式を解け。

(1) $|x-1|=5$　　$x=\boxed{カ}$，$-\boxed{キ}$

(2) $|x+1|<4$　　$-\boxed{ク}<x<\boxed{ケ}$

{ 解答 }

1 ア　2　　イ　3

2 ウ　2

3 エ　2　　オ　3

4 (1) カ　6　　キ　4　　(2) ク　5　　ケ　3

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第4講　確認テスト

1 2つの集合$A=\{3,\ 5,\ 7\}$，$B=\{x\,|\,x$は10以下の素数$\}$について，AとBの間に成り立つ関係は［ア］である。［ア］にあてはまるものを次の①～③から選べ。

①　$A\subset B$　　②　$B\subset A$　　③　$A=B$

2 $U=\{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8\}$ を全体集合とするとき，その部分集合 $A=\{0,\ 3,\ 6\}$，$B=\{0,\ 2,\ 4,\ 6,\ 8\}$ について，次の集合を求めよ。各集合の要素は小さい順に答えよ。

(1)　$A\cap B=\{$［イ］，［ウ］$\}$

(2)　$A\cup B=\{$［エ］，［オ］，［カ］，［キ］，［ク］，［ケ］$\}$

(3)　$\overline{B}=\{$［コ］，［サ］，［シ］，［ス］$\}$

3 次の［セ］にあてはまるものは　①必要条件である　②十分条件である

$x^2=9$　は　$x=3$　であるための［セ］。

4 命題「$x>0$　または　$y>0$　$\Longrightarrow$　$xy>0$」の対偶は［ソ］，その真偽は［タ］である。

［ソ］，［タ］にあてはまるものを次の①～⑤から選べ。

①　「$xy>0$　$\Longrightarrow$　$x>0$　または　$y>0$」　②　「$x\leqq 0$　かつ　$y\leqq 0$　$\Longrightarrow$　$xy\leqq 0$」

③　「$xy\leqq 0$　$\Longrightarrow$　$x\leqq 0$　かつ　$y\leqq 0$」　④　真

⑤　偽

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

1 ア ①

2 (1) イ 0　ウ 6

(2) エ 0　オ 2　カ 3　キ 4　ク 6　ケ 8

(3) コ 1　サ 3　シ 5　ス 7

3 セ ①

4 ソ ③　タ ⑤

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第5講　確認テスト

1 $f(x)=-2x+5$　において，$f(1)=$ ア ，$f(-2)=$ イ 　である。

2 次の２次関数のグラフの頂点の座標と軸の方程式をそれぞれ求めよ。

(1)　$y=x^2+1$　頂点(ウ ， エ)　軸 $x=$ オ

(2)　$y=2(x-3)^2+4$　頂点(カ ， キ)　軸 $x=$ ク

(3)　$y=-2(x+1)^2-2$　頂点($-$ ケ ，$-$ コ)　軸 $x=-$ サ

(4)　$y=x^2+4x$　頂点($-$ シ ，$-$ ス)　軸 $x=-$ セ

(5)　$y=-2x^2+8x$　頂点(ソ ， タ)　軸 $x=$ チ

{ 解答 }

1 ア　3　　イ　9

2 (1)　ウ　0　　エ　1　　オ　0

(2)　カ　3　　キ　4　　ク　3

(3)　ケ　1　　コ　2　　サ　1

(4)　シ　2　　ス　4　　セ　2

(5)　ソ　2　　タ　8　　チ　2

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第6講 確認テスト

1 次の2次関数に最大値，最小値があればそれを求めよ。ない場合は「0」と答えよ。

(1) $y=(x-2)^2+3$　　最大値 [ア]　　最小値 [イ]

(2) $y=-2(x-1)^2+4$　　最大値 [ウ]　　最小値 [エ]

2 次の2次関数の最大値，最小値を求めよ。

(1) $y=2x^2+1$　$(-2\leqq x\leqq 1)$　　最大値 [オ]　　最小値 [カ]

(2) $y=x^2-6x+2$　$(2\leqq x\leqq 5)$　　最大値 − [キ]　　最小値 − [ク]

(3) $y=-x^2+6x$　$(1\leqq x\leqq 2)$　　最大値 [ケ]　　最小値 [コ]

3 次の条件を満たす放物線をグラフにもつ２次関数を求めよ。

(1) 頂点が点(1，3)で，点(3，−1)を通る。　　$y=$ [サ] $(x-$ [シ] $)^2+$ [ス]

(2) 3点(0，1)，(1，−1)，(2，3)を通る。　　$y=$ [セ] x^2- [ソ] $x+$ [タ]

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛解答｝

1	(1)	ア	0	イ	3		
	(2)	ウ	4	エ	0		
2	(1)	オ	9	カ	1		
	(2)	キ	3	ク	7		
	(3)	ケ	8	コ	5		
3	(1)	サ	−	シ	1	ス	3
	(2)	セ	3	ソ	5	タ	1

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第7講　確認テスト

1 次の2次方程式を解け。

(i)　$3x^2+5x-2=0$　　$x=$ [アイ], $\frac{[ウ]}{[エ]}$

(ii)　$5x^2-6x-1=0$　　$x=\frac{[オ]\pm\sqrt{[カキ]}}{[ク]}$

2 2次方程式　$2x^2-x+1=0$　の判別式を D とすると　$D=$ [ケコ] である。
よってこの2次方程式の実数解の個数は [サ] 個である。

3 2次関数　$y=-x^2+2x+3$　のグラフと x 軸の共有点の x 座標は　$x=$ [シ], [スセ] である。

4 2次関数　$y=x^2+6x+9$　のグラフと x 軸の位置関係は [ソ] である。[ソ] にあてはまるものを次の①～③から選べ。

①　異なる２点で交わる　　②　接する　　③　共有点はない

{ 解答 }

1 (i)　ア　−　　イ　2　　ウ　1　　エ　3

(ii)　オ　3　　カ　1　　キ　4　　ク　5

2 ケ　−　　コ　7　　サ　0

3 シ　3　　ス　−　　セ　1

4 ソ　②

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第8講　確認テスト

1　次の2次不等式を解け。

(i)　$x^2-8x-20<0$　　[アイ] $<x<$ [ウエ]

(ii)　$x^2-4x>0$　　$x<$ [オ]，[カ] $<x$

2　2次不等式　$x^2+6x+9>0$　の解は [キ]。[キ] にあてはまるものを次の①〜④から選べ。

①　すべての実数　　②　$x=-3$ 以外のすべての実数　　③　$x=-3$　　④　ない

3　2次不等式　$x^2+10x+27<0$　について，方程式　$x^2+10x+27=0$　の判別式をDとすると，$D=$ [クケ] である。よってこの2次不等式の解は [コ]。[コ] にあてはまるものを次の①〜②から選べ。

①　すべての実数　　②　ない

4　2次方程式　$x^2-mx+2=0$　が異なる2つの実数解をもつとき，定数mの値の範囲は

$m<-$ [サ] $\sqrt{[シ]}$，[サ] $\sqrt{[シ]}$ $<m$　である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛解答｝

1　(i)　ア　－　　イ　2　　ウ　1　　エ　0

(ii)　オ　0　　カ　4

2　キ　②

3　ク　－　　ケ　8　　コ　②

4　サ　2　　シ　2

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第9講　確認テスト

1 50以下の自然数のうち，3の倍数の個数は アイ 個，4の倍数の個数は ウエ 個，3の倍数かつ4の倍数の個数は オ 個である。よって，3の倍数または4の倍数の個数は カキ 個である。

2 大中小3つのさいころを同時に投げたとき，目の和が5になる場合は ク 通りある。

3 大小2つのさいころを同時に投げたとき，目の和が9以上になる場合を考える。

出る目を（大きいさいころの目，小さいさいころの目）で表すと，

目の和が9になるとき(3, ケ), (4, 5), (コ , 4), (6, 3)の4通りあり，

目の和が10になるときは サ 通りある。

よって，目の和が9以上になるのは シス 通りある。

4 大中小3つのさいころを同時に投げたとき，大きいさいころの目が3の倍数，他のさいころの目が偶数である場合は セソ 通りある。

{ 解答 }

1 ア 1　イ 6　ウ 1　エ 2　オ 4　カ 2　キ 4

2 ク 6

3 ケ 6　コ 5　サ 3　シ 1　ス 0

4 セ 1　ソ 8

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第10講　確認テスト

1 6人の生徒から3人選んで1列に並ぶとき，並び方の総数は $_{\boxed{ア}}P_{\boxed{イ}}=$ [ウエオ] (通り)である。

2 (1) 8人の委員の中から，委員長，副委員長，書記，会計を1人ずつ選ぶ方法は [カキクケ] 通りある。

(2) 5個の数字 1，2，3，4，5 から異なる3個を選んで3桁の整数を作るとき，偶数が何通りあるか求める。

一の位は [コ] 通り，百と十の位は残った4個の数字から2個選ぶ順列で [サシ] 通りである。

よって，3桁の偶数は [スセ] 通りある。

3 A，B，C，Dの4人が円形に並ぶとき，並び方の総数は [ソ] 通り，CとDが隣り合う並び方の総数は [タ] 通りある。

4 5個の数字 0，1，2，3，4 から，重複を許して使って整数を作るとき，4桁の奇数は [チツテ] 通りある。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛解答｝

1　ア　6　　イ　3　　ウ　1　　エ　2　　オ　0

2　(1)　カ　1　　キ　6　　ク　8　　ケ　0

　　(2)　コ　2　　サ　1　　シ　2　　ス　2　　セ　4

3　ソ　6　　タ　4

4　チ　2　　ツ　0　　テ　0

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第11講　確認テスト

1 8 個の異なる球から 5 個選ぶ選び方は $_{\boxed{ア}}C_{\boxed{イ}}$ = $\boxed{ウエ}$ (通り) である。

8 個の異なる球から 5 個選ぶことは，選ばない $\boxed{オ}$ 個を決めることと同じである。

よって $_{\boxed{ア}}C_{\boxed{イ}} = {}_{\boxed{ア}}C_{\boxed{オ}}$ である。

2 男子 5 人，女子 4 人の中から男子 2 人，女子 1 人を選ぶ方法は $\boxed{カキ}$ 通りある。また，この 9 人から 3 人選ぶとき，少なくとも女子が 1 人選ばれる場合の数は $\boxed{クケ}$ 通りある。

3 異なる 6 個の玉を分けるとき，A，B，Cの 3 人に 2 個ずつ分ける方法は $\boxed{コサ}$ 通りである。

$\boxed{コサ}$ 通りの中にはA，B，Cの区別をなくすと同じ分け方になるものが $\boxed{シ}$！ 通りある。よって，異なる 6 個の玉を 2 個ずつ 3 つの組に分ける方法は $\boxed{スセ}$ 通りある。

4 a，a，a，b，c の 5 個の文字をすべて使ってできる文字列は $\boxed{ソタ}$ 通りある。

{ 解答 }

1	ア 8	イ 5	ウ 5	エ 6	オ 3
2	カ 4	キ 0	ク 7	ケ 4	
3	コ 9	サ 0	シ 3	ス 1	セ 5
4	ソ 2	タ 0			

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

高1･2 ベーシックレベル数学ⅠＡを受講する皆さんへ

ようこそ，『スタディサプリ』の数学の講座へ！　この講座は

「数学ⅠＡを用語や公式を覚えるところから学習したい」

という人にピッタリの講座です。

高１・高２の皆さんはもちろん，**それ以外の学年の人**も大歓迎です。

高校数学は，中学校で学んだ数学を理解していることが前提です。ある分野で何かがあいまいになっていると，高校数学でいきなりわからなくなってしまう，ということも少なくありません。心当たり，ありませんか？

でも，中学校でわからなかったから，今さらもう一回聞いてもわからない！そう思うかもしれません。ところがですね，あなたが「人の話を聞いてそれを理解する力」は，中学時代までと比べると，間違いなく「今のあなたの方が上」なのです。

あきらめるのはまだ早い。今のあなたは，中学校の頃とは違う！

この自覚が大切です。そしてその自覚をもって数学と向き合えば，高校からでも，今からでも，数学をちゃんと理解することができますよ。

また，この講座は可能な限り

中学校で学んだ公式を復習しながら，新しいところを学ぶ。

というコンセプトの元に作成されています。そして，

予習は必要なし！　「講義動画」で一から説明します！

テキストの使い方や，講座の受講の仕方については，後ほど詳しく説明します。

この講座をしっかり受講すれば，学校の授業の理解を深めることができますし，宿題もしっかりやることができるでしょう。**わかれば，面白い。面白ければ，もっとやりたくなる！**そんな自分になってみたいと思いませんか？

「人から人へ」。それは時代がどんなに進歩しても変わることがありません。直接会うことはなかなかできませんが，皆さんが真剣に動画を視聴すれば，まるで目の前に先生がいるような錯覚すら覚えることでしょう。なぜなら，先生はいつでも君たち一人ひとりが真剣に授業を受けている姿をカメラの向こうに思い浮かべながら授業しているのですから。

さぁ，そろそろ時間です。１回聞いてわからなければ，何回も受講して。その先に，必ず未来は開けています。ようこそ『スタディサプリ』の世界へ！

山内　恵介

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜後編　目次＞

第４章　確率

第12講　事象と確率
§１　試行と事象
§２　順列・組合せと確率
§３　確率の基本性質と加法定理
§４　和事象の確率，余事象の確率

第13講　独立・反復試行の確率と条件付き確率
§１　独立な試行の確率
§２　独立試行から加法定理へ
§３　反復試行の確率
§４　条件付き確率

第５章　三角比

第14講　鋭角の三角比
§１　直角三角形と三角比
§２　30°，45°，60°の三角比
§３　三角比の相互関係
§４　90°－θの三角比

第15講　三角比の拡張
§１　座標を用いた三角比の定義
§２　単位円を用いた三角比の定義
§３　三角比が与えられたときの角
§４　180°－θの三角比，相互関係と単位円

第16講　正弦定理・余弦定理
§１　正弦定理
§２　余弦定理
§３　三角形の面積
§４　図形の計量

第６章　データの分析

第17講　データの分析
§１　データの整理と代表値
§２　データの散らばり
§３　分散と標準偏差
§４　データの相関

第７章　図形の性質

第18講　三角形と比
§１　線分の内分・外分，角の二等分線と比
§２　三角形の外心・内心
§３　三角形の重心
§４　チェバの定理，メネラウスの定理

第19講　三角形の辺と角，円
§１　三角形の辺と角
§２　円に内接する四角形
§３　円と接線
§４　方べきの定理

第20講　図形の性質と作図，空間図形
§１　２つの円の位置関係と共通接線
§２　作図
§３　直線と平面
§４　多面体

第８章　整数の性質

第21講　約数と倍数
§１　約数と倍数
§２　素因数分解と約数
§３　最大公約数と最小公倍数
§４　余りによる分類

第22講　ユークリッドの互除法，整数の性質
§１　ユークリッドの互除法
§２　１次不定方程式
§３　１次不定方程式とユークリッドの互除法
§４　整数の性質の活用

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜高1･2 スタンダードレベル数学ＩＡⅡBとの対応表＞

講	タイトル	スタンダードレベル講座
第１２講	事象と確率	第17講
第１３講	独立・反復試行の確率と条件付き確率	第18講
第１４講	鋭角の三角比	第９講
第１５講	三角比の拡張	第10講
第１６講	正弦定理・余弦定理	第11講
第１７講	データの分析	第49講 第50講
第１８講	三角形と比	第12講 第13講　13−4
第１９講	三角形の辺と角，円	第13講　13−1・13−2・13−4
第２０講	図形の性質と作図，空間図形	
第２１講	約数と倍数	第48講　48−1・48−2・48−3
第２２講	ユークリッドの互除法，整数の性質	第48講　48−4

※「スタンダードレベル講座」は，スタディサプリ「**高１・２ スタンダードレベル数学ＩＡⅡB**」の対応する講を表しています。
この「スタンダードレベル数学」を受講することで，「ベーシックレベル数学ＩA」の内容を復習し，さらに理解を深めることができます。ぜひ，「スタンダードレベル数学」へ進んでください。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜講座の受講の仕方＞

ここでは，効果的な講座の受講の仕方についてお伝えします。講座は大きく「テキスト」「講義動画」「解答」に分かれています。この３つを効果的に使い，実力を伸ばしていきましょう。

① テキストについて

この講座のテキストは，講ごとに４つの §（セクション）に分かれています。

§1，§2，§3，§4 は，それぞれ次のような項目で構成されています。

「要点整理と公式」

⇒ そのセクションで習得すべき用語や要点，覚えるべき公式

「Point Pickup」

⇒「要点整理と公式」で学んだことをベースに，知識を整理

「講義問題」

⇒「要点整理と公式」「Point Pickup」で学んだことを定着させる問題

「練習問題」

⇒「講義問題」で学んだことを確認するための問題

「要点整理と公式」「Point Pickup」「講義問題」については，「動画」で解説を行います。それぞれの講や一部のセクションが未習，または理解が不十分でもまったく問題ありません。また，予習は必要ありません。

② 動画について

受講の準備ができましたら，テキストと筆記用具を手元におき，動画を再生してください。そして，真剣に受講して，先生がこの動画を通じて何を伝えたいのかを感じ取ってください。

それぞれの講の動画は，チャプター１からチャプター８（一部の講でチャプター９）まであります。これらのチャプターは，１つのセクションにつき２つのチャプター（一部３つのチャプター）がセットになっています。

（例）第 12 講　事象と確率

§1 ･･･ チャプター１ & チャプター２

§2 ･･･ チャプター３ & チャプター４

§3 ･･･ チャプター５ & チャプター６

§4 ･･･ チャプター７ & チャプター８

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

それぞれのセクションにおける，主な受講の流れを説明します。

(1)　１つ目のチャプターで，**「要点整理と公式」**を解説します。このセクションで習得すべき重要な要点や，新しい公式を説明します。

　必要なことはあらかじめテキストに書いてあります。その上で，一部「穴埋め」や「記述」が必要な部分があります。集中力を保ちながら先生の話に全力で耳を傾け，テキストを完成させていきましょう。

(2)　２つ目のチャプターで，**1**，**2**，**3**，**4** といった**「講義問題」**を解説します。

　まずは「要点整理と公式」で習ったことを，**「Point Pickup」**でまとめます。「要点整理と公式」と同じく，一部「穴埋め」「記述」になっています。また，一部新しい知識や考え方も出てきます。

　その後，「Point Pickup」で整理した知識を元に，先生が実際に問題を解いていきます。それぞれの問題が，どのようにして解答に至るかを動画でじっくり学んでください。メモをとっても構いませんが，ただ板書を書き写しても何の意味もありません。大切なのは集中して授業を受講すること。言葉の一つひとつにしっかりと耳を傾けてください。

　先生の解説を聞いたあとで，見開き右側のページの**「解答」**欄に実際に自分で解いてみましょう。もちろん解説の途中で，一時停止して問題を解いても構いません。もし解いている途中で手が止まってしまったら，動画を巻き戻して見てください。

　また，**「解答集」**には途中計算が書いてありますので，それを見てもよいでしょう。

「要点整理と公式」→「Point Pickup」→「問題の解説」→「自分で問題を解く」

これで１つのセクションが終了です。１つのセクションでおよそ15分～20分です。

４つのセクションで１講分が終了します。時間がない時は，１日１セクションずつの受講で構いません。また，週末にまとめて１講分受講してもよいでしょう。

大事なのは

- **「集中力」**
- **「集中しよう」「何かをこの先生から得てやる」という「気持ち」**
- **数学ができるようになりたいという「思い」**

をもって受講することです。

動画に慣れていない人や，数学が苦手な人は，最初は「授業が速い！」と感じるかもしれません。この講座はいつでも画面を停止できます。また，必要に応じて何度も受講してください。受講を進めていくうちに，このペースにだんだん慣れていくでしょう。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

そして

・「やっぱり自分はできない」は厳禁！

です。あきらめず何度もチャレンジすること。必ずできるようになりますよ。

③ 復習について

その日の動画の受講が完了したら，「Point Pickup」をもう一度見てください。そして，

・このセクションから何を学んだか

を思い浮かべてみましょう。

また，後日，講義問題をもう一度解くことで，

・このセクションを受講して何ができるようになったか

を確かめてみましょう。もし解法が全然思いつかない，すっかり忘れてしまった，という場合は，もう一度そのセクションを受講することをお勧めします。

・「復習したときが，真の学習の完成」

です。

④ 確認テストについて

①～③が終わると，自分がその講の内容を本当に理解しているのか確かめたくなるはずです。各講の終わりに**「確認テスト」**を用意してあります。講義の問題に関連する問題ですので，この講で学んだことを参考に自力で解いてみましょう。

・「自分はちゃんと理解できているのか」

それを問題を解くことで確認することができます。解き終えたら，「解答」を見て答えをチェックしてみましょう。この確認テストを解くことで，あなたの知識はさらに定着します。

以上を繰り返すことにより，飛躍的に理解が深まり，数学がだんだん解けるようになっていきます。

そして，受講を続ける上で大切なのは

・ペースを作り，守る

ことです。各セクション，およそ15分～20分。それを，どこの曜日のどの時間帯にやるかを決めましょう。そして，決めた曜日の決めた時間にしっかりと受講しましょう。学校に通う，予備校に通うのと同じように，「スタディサプリ」を受ける時間，数学から逃げずに本気で向きあう時間，これを確保してください。学校の宿題があろうと，部活で疲労し

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

ていようと，ペースを守ること。できない理由を作らないこと。それができることで，確実な「実力向上」とそれができることによる「自信」につながります。

　このベーシックレベル講座は，あくまで基礎部分です。受講後は，**「高１・２ スタンダードレベル数学ⅠＡⅡB」**に進んでみてください。どの講を見ればよいのかは，「対応表」に載っています。自分の知識がどのように応用できるのか，それを知ると，もっと数学が好きになりますよ。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第12講　事象と確率

§1 試行と事象

要点整理 と 公式

要点1 試行と事象

「試行」… 同じ条件のもとで繰り返すことができ，結果が偶然によって決まる実験や観測

「事象」… 試行の結果として起こる事柄。事象は「　　　」を用いて表すことができる。

起こりうる場合全体を「全事象」という。

(ex) 1個のさいころを投げるとき

「奇数の目が出る」事象 A は $A = \{\qquad\qquad\}$

全事象 U は $U = \{\qquad\qquad\qquad\qquad\}$

要点2 同様に確からしい

「根元事象」… 全事象の1個(1組)の要素からなる集合で表される事象

(ex) 1個のさいころを投げるとき，例えば1が出ることを「1」と表すと，

根元事象は $\{1\}$, $\{2\}$, $\{3\}$, $\{4\}$, $\{5\}$, $\{6\}$

「同様に確からしい」… ある試行において，どの根元事象が起こることも同じ程度に期待できるとき，これらの根元事象は「同様に確からしい」という。

(ex) 赤玉1個，白玉3個が入った袋から玉を1個取り出すとき

根元事象を「赤玉が出る」と「白玉が出る」の2つとすると，

白玉の方が「　　　　」ので，この2つの根元事象は同様に確からしい＿＿＿＿＿。

赤玉を a，白玉を b_1, b_2, b_3 とし，全事象を $\{a, b_1, b_2, b_3\}$ とすると，

根元事象 $\{a\}$, $\{b_1\}$, $\{b_2\}$, $\{b_3\}$ は同様に確からしい＿＿＿＿＿。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

要点3 確率

「確率」… ある試行において，ある事柄が起こる起こりやすさを数値で表したもの。

ある試行において，どの根元事象も「　　　　　　　　　　　　」とき，全事象 U の要素の個数を $n(U)$，事象 A の要素の個数を $n(A)$とすると，事象 A の確率 $P(A)$は以下。

■ **事象 A の確率 $P(A)$**

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(U)}$$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

1

(1)　1 個のさいころを投げるとき，4 以下の目が出る確率を求めよ。

(2)　当たりくじが 3 本入っている 5 本のくじから 1 本引くとき，当たりくじを引く確率を求めよ。

(3)　2 枚の10円硬貨を同時に投げるとき，1 枚は表，1 枚は裏になる確率を求めよ。

Point Pickup

事象Aの確率 $P(A)$

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(U)}=\frac{\text{事象}A\text{の起こる場合の数}}{\text{起こりうるすべての場合の数}}$$

区別できないものも，区別する

ある試行において，ある事象の確率を考えるときは，

根元事象が「　　　　　　　　　　　」ことが原則。

→区別できないものも，区別して考える。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§2 ▶ 順列・組合せと確率

要点整理 と 公式

要点 4 順列と確率

APPLE に含まれる 5 文字を 1 列に並べるとき，A が左端にくる確率を求める。

根元事象を同様に確からしくするために，2 つの P を P_1，P_2と区別すると，

A，P_1，P_2，L，E の 5 文字の並べ方は ＿＿ 通り。

左端に A がくるとき，残り 4 文字の並べ方は ＿＿ 通り。

よって，求める確率は ＿＿＿＿＿＿＿＿

※ 2 つの P を区別しない場合，5 文字の並べ方の総数は $\dfrac{5!}{2!}=60$（通り）である。

この 60 通りは同様に確からしい。よってこの問題においては，同じものを区別せずに問題を解くことができるが，初期の段階では，すべて区別して問題を解くとよい。

要点 5 組合せと確率

当たりくじが 5 本入っている10本のくじから同時に 2 本引くとき，2 本とも当たりくじを引く確率を求める。

根元事象を同様に確からしくするために，10本のくじをすべて区別する。

10 本のくじから 2 本のくじを引く場合は，＿＿ 通り。

当たりくじ 5 本から 2 本を引く場合は，＿＿ 通り。

よって，求める確率は ＿＿＿＿＿＿＿＿

以下，確率の計算においては，区別できないものもすべて区別して考えることとする。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ メモ }

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2

(1)　A，B，C，D，E，Fの6人が1列に並ぶとき，A，B，Cの3人が隣り合う確率を求めよ。

(2)　赤玉5個，白玉2個の入った袋から，同時に3個の玉を取り出すとき，次の確率を求めよ。

(i)　3個とも赤玉が出る確率　　(ii)　赤玉1個と白玉2個が出る確率

Point Pickup

区別できないものも，区別する

確率を考えるときは，区別できないものも，区別して考える。

そのため，場合の数とは必ずしも一致しないことに注意。

（ex）赤玉8個，白玉2個の10個が入った袋から同時に2個の玉を取り出すとき，

起こりうる場合は

①　赤玉2個　　②　赤玉1個，白玉1個　　③　白玉2個

の3通りのみ。

ただし個数を考えると，①，②，③は，＿＿＿が起こりやすく，＿＿＿が起こりにくい。

つまり，この3通りは同様に確からしいとはいえない。

よって，起こりやすさを表す確率を考える上では，

①～③の3通りを確率の計算にそのまま使うことはできない。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛解答｝

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§3 ▶ 確率の基本性質と加法定理

要点整理 と 公式

要点6 積事象と和事象

2つの事象 A，B について

「A と B がともに起こる」事象を，A と B の「積事象」といい，「A 　 B」と表す。

「A または B が起こる」事象を，A と B の「和事象」といい，「A 　 B」と表す。

積事象 $A \cap B$ は，集合の共通部分 $A \cap B$，和事象 $A \cup B$ は，和集合 $A \cup B$ で表される。

要点7 排反

「排反」… 2つの事象 A，B が同時に起こることがないとき，事象 A と B は互いに

「　　　」(排反事象)であるという。このとき，$A \cap B =$ 　　である。

要点8 確率の基本性質

ある試行において，全事象を U とするとき，次のことが成り立つ。

■ 確率の基本性質

① すべての事象 A について $0 \leqq P(A) \leqq 1$

$P(A) = 0$ となるのは　$A = \varnothing$ (空事象)のとき

$P(A) = 1$ となるのは　$A = U$ (全事象)のとき

② 事象A，B が互いに排反のとき　$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

要点 9 確率の加法定理

前ページの性質②を，確率の加法定理という。

(ex) 赤玉 3 個と白玉 4 個が入った袋から，同時に 2 個の玉を取り出すとき，2 個が同じ色である確率を求める。

「2 個が同じ色である」という事象は，

「2 個とも＿＿＿である」事象 A，「2 個とも＿＿＿である」事象 B

の和事象で，これらは互いに＿＿＿である。

事象 A の確率は $P(A)=\dfrac{{}_3C_2}{{}_7C_2}=\dfrac{3}{21}$，事象 B の確率は $P(B)=\dfrac{{}_4C_2}{{}_7C_2}=\dfrac{6}{21}$

よって，求める確率は $P(A\cup B)=P(A)+P(B)=\dfrac{3}{21}+\dfrac{6}{21}=\dfrac{9}{21}=\dfrac{3}{7}$

3 つ以上の事象について，その中のどの 2 つの事象も互いに排反であるとき，これらは互いに排反であるという。確率の加法定理は，3 つ以上の排反な事象についても成り立つ。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3

1 から 9 までの数が 1 つずつ書かれた 9 枚の札から同時に 3 枚取り出す。このとき，次の確率を求めよ。

(1)　3 枚の札の数がすべて偶数，またはすべて奇数である確率

(2)　3 枚の札の数の和が偶数である確率

Point Pickup

確率の加法定理

事象 A，B が互いに排反のとき，

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

2 つの事象 A，B の確率 $P(A)$，$P(B)$ をそれぞれ求め，その和を求めればよい。

3 つ以上の事象が互いに排反のときも同様。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛解答｝

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§4 ▶ 和事象の確率，余事象の確率

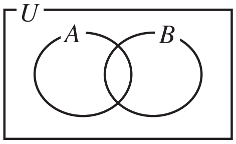
要点整理 と 公式

要点10 一般の和事象の確率

2 つの事象 A ，B が互いに排反でない場合について，和事象の確率 $P(A \cup B)$ について次のことが成り立つ。

■ 和事象の確率

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$



（ex）52枚 1 組のトランプから 1 枚を取り出すとき，絵札またはスペードである確率を求める。

「絵札が出る」という事象を A，「スペードである」という事象を B とすると，

$P(A) =$　　　，　$P(B) =$

また，「絵札かつスペードである」という事象 $A \cap B$ について，$P(A \cap B) =$

よって，求める確率は $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

要点11 余事象の確率

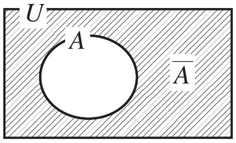
事象 A に対して，「A が起こらない」という事象を，A の余事象といい，「　　　」で表す。

事象 A と事象 $\overline{A}$ は互いに排反であるから，$P(A)+P(\overline{A})=1$ が成り立つ。

よって，余事象の確率 $P(\overline{A})$ について次のことが成り立つ。

■ 余事象の確率

$$P(\overline{A})=1-P(A)$$



（ex）2 個のさいころを同時に投げるとき，同じ目が出ない確率を求める。

「同じ目が出ない」という事象は，「同じ目が出る」という事象の余事象である。

同じ目が出る確率は ______

よって，求める確率は ______

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

4

(1)　男子4人，女子3人を横1列に並べるとき，左端または右端が男子である確率を求めよ。

(2)　1から9までの数が書かれたカードが，各数字2枚ずつ，合計18枚ある。この中から2枚同時に取り出すとき，次の確率を求めよ。

(i)　少なくとも1枚は1である確率

(ii)　2枚が異なる数字である確率

Point Pickup

和事象の確率

事象 A と事象 B について，A または B が起こる確率を求めるとき，

事象 A と事象 B が排反　$\Longrightarrow$　$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

事象 A と事象 B が排反ではない　$\Longrightarrow$　$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

事象 A と事象 B が「　　　　」起こり得るか，がポイント。

「～でない」「少なくとも～である」の確率

ある事象 A の確率を求めるときは，

その余事象 $\overline{A}$ の確率の利用を常に考える。

「～でない」「少なくとも～である」などの確率は，余事象が有効であることが多い。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第12講　確認テスト

1　2 個のさいころを投げるとき，目の和が 6 になる確率は $\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イウ}}$ である。

2　SCHOOL に含まれる 6 文字を 1 列に並べるとき，2 つの O が隣り合う確率は $\dfrac{\boxed{エ}}{\boxed{オ}}$ である。

3　赤玉 5 個と白玉 3 個が入った袋から，同時に 2 個の玉を取り出すとき，同じ色を取り出す確率は $\dfrac{\boxed{カキ}}{\boxed{クケ}}$ である。また，少なくとも 1 個が白玉である確率は $\dfrac{\boxed{コ}}{\boxed{サシ}}$ である。

4　1 から 10 までの数字が書かれたカードが 1 枚ずつある。この中から 1 枚を選ぶとき，カードの数が 2 の倍数または 3 の倍数である確率は $\dfrac{\boxed{ス}}{\boxed{セソ}}$ である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ Note }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第13講　独立・反復試行の確率と条件付き確率

§1 ▸ 独立な試行の確率

要点整理 と 公式

要点 1 独立な試行

「独立」… ある 2 つの試行 S, T について，互いに他方の結果に影響を及ぼさないとき，2 つの試行は「　　　」である，という。

(ex)

・ 1 個のさいころを 2 回続けて投げるとき，1 回目に投げる試行を S，2 回目に投げる試行を T とすると，S と T は独立＿＿＿＿。

・ 当たりくじ 3 本を含む10本のくじを A，B の 2 人がこの順に 1 本ずつ引く。A，B がくじを引く試行をそれぞれ S，T とし，引いたくじは元に戻さないとするとき，S と T は独立＿＿＿＿＿。

要点 2 独立な試行の確率

1 個のさいころを 2 回続けて投げるとき，1 回目の試行と 2 回目の試行は独立である。

この 2 回の試行を行うとき，起こりうるすべての場合の数は＿＿＿＿通りである。

また「1 回目に偶数，2 回目に 4 以下の目が出る」という事象が起こる場合の数は，積の法則より＿＿＿＿通りである。

よって，これが起こる確率を p とすると　$p=$　　　　　　　　　と表される。

これは，1 個のさいころを投げるとき

「偶数が出る」確率＿＿＿と，「4 以下の目が出る」確率＿＿＿の「　　」になっている。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

一般に，次のことが成り立つ。

■ **独立な試行の確率**

2つの試行S，Tが独立であるとき，Sでは事象A，Tでは事象Bが起こる確率pは

$$p = P(A) \times P(B)$$

3つ以上の独立な試行についても，これと同様の等式が成り立つ。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

1

1 個のさいころを 2 回続けて投げるとき，次の確率を求めよ。

(1)　1 回目に奇数の目，2 回目に 6 の約数の目が出る確率

(2)　少なくとも 1 回は奇数の目が出る確率

Point Pickup

独立な試行の確率

各試行が，他の試行に影響を及ぼさない，いわゆる「　　　　」であるとき，

それぞれの試行の確率を求め，それらの「　　」を求める。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛解答｝

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§2 独立試行から加法定理へ

要点整理 と 公式

要点3 排反→独立試行→加法定理

袋 A には赤玉 3 個，白玉 2 個，袋 B には赤玉 4 個，白玉 3 個が入っている。

それぞれの袋から玉を 1 個ずつ取り出すとき，取り出した 2 個の玉が異なる色である確率を求める。

袋 A から玉を 1 個取り出す試行と，袋 B から玉を 1 個取り出す試行は独立である。

取り出した 2 個の玉の色が異なるという事象は，次の［1］，［2］のいずれか。

［1］ 袋 A から赤玉，袋 B から白玉を取り出す

［2］ 袋 A から白玉，袋 B から赤玉を取り出す

［1］の確率は　　　　　　　　［2］の確率は $\dfrac{2}{5} \times \dfrac{4}{7} = \dfrac{8}{35}$

［1］，［2］は互いに排反であるから，求める確率は加法定理により

$$+ \dfrac{8}{35} =$$

このように，ある事象が起こる確率を求めるとき，その事象を上の［1］，［2］のように最初に細かい事象に分けることで，各試行のそれぞれでどんな事象が起こればよいかがわかる。

細かい事象のそれぞれについて，互いに独立な試行であれば，各試行において起こるべき確率の「　　」を求める。

そして，最初に細かく分けた事象が「　　　　」であれば，加法定理によりそれら確率の「　　」を求めればよい。

※排反でないときは，和事象の考え方を用いる。

2 つの事象A，Bについて，$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛メモ｝

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2

袋 A には赤玉 2 個，白玉 4 個，袋 B には赤玉 1 個，白玉 3 個が入っている。それぞれの袋から玉を 2 個ずつ，合計 4 個取り出すとき，取り出した 4 個の中に赤玉が 1 個だけ含まれる確率を求めよ。

Point Pickup

細かい事象に分ける

① 確率を求めたい事象を，さらに細かい事象に分ける。

② ①のそれぞれの事象について，確率を求める。

各試行が独立試行ならば，それぞれの試行の確率の「積」を求める。

③ ①の事象が排反ならば，②で出した確率の「和」を求める。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛解答｝

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§3 反復試行の確率

要点整理 と 公式

要点4 反復試行とは

同じ条件のもとで，同じ試行を繰り返し行うとき，各回の試行は独立である。

このような試行をまとめて「反復試行」という。

当たりくじ 4 本を含む10本のくじがある。引いたくじは元に戻すとして，このくじを 1 本ずつ続けて 3 本くじを引くとき，1 本だけ当たる確率を求める。

1 本だけ当たる事象は，次の［1］,［2］,［3］のいずれか。

［1］ 1 本目が当たり，2 本目がはずれ，3 本目がはずれ　$\dfrac{4}{10}\times\dfrac{6}{10}\times\dfrac{6}{10}=\dfrac{18}{125}$

［2］ 1 本目がはずれ，2 本目が当たり，3 本目がはずれ　$\dfrac{6}{10}\times\dfrac{4}{10}\times\dfrac{6}{10}=\dfrac{18}{125}$

［3］ 1 本目がはずれ，2 本目がはずれ，3 本目が当たり　$\dfrac{6}{10}\times\dfrac{6}{10}\times\dfrac{4}{10}=\dfrac{18}{125}$

［1］,［2］,［3］は互いに排反であるから，求める確率は

$$\frac{18}{125}+\frac{18}{125}+\frac{18}{125}=\frac{18}{125}\times\quad=\frac{54}{125}\cdots①$$ である。

［1］,［2］,［3］の確率はすべて「当たりが 1 本，はずれが 2 本」の確率であり，

その出る順番に関係なく　$\dfrac{4}{10}\times\dfrac{6}{10}\times\dfrac{6}{10}=$ ＿＿＿＿＿＿ である。

この確率になるものが［1］,［2］,［3］の 3 通りあるが，この 3 通りは

「3 回の試行のうち，当たりが出る 1 回を選ぶ」方法の総数　　に等しい。

よって，①は ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿ と表される。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

反復試行の確率について，次のことが成り立つ。

■ 反復試行の確率

1回の試行で事象 A が起こる確率を p とする。

この試行を n 回繰り返し行う反復試行で，A がちょうど r 回起こる確率は

$${}_nC_r p^r (1-p)^{n-r}$$

※一般に，正の数 a に関して，$a^0=1$ である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3

1個のさいころを続けて4回投げるとき，次の確率を求めよ。

(1)　1の目がちょうど2回出る確率

(2)　5以上の目がちょうど3回出る確率

(3)　偶数の目が2回以上出る確率

Point Pickup

反復試行の確率

ある試行を，同じ条件のもとで n 回繰り返し行う反復試行において，

ある事象 A がちょうど r 回起こるとき，

①事象 A が起こる r 回の決め方の総数は　　　通り

② 1回の試行において事象 A が起こる確率が p のとき，

①のそれぞれが起こる確率はすべて等しい。

①，②より，ある事象 A がちょうど r 回起こる確率は

$${}_n\mathrm{C}_r\, p^r(1-p)^{n-r}$$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§4 条件付き確率

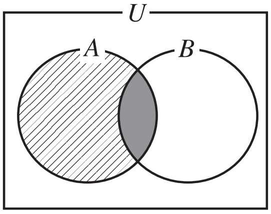
要点整理 と 公式

要点5 条件付き確率

事象 A が起こったとわかっているときの，事象 B が起こる確率を，

A が起こったときの B の起こる「条件付き確率」といい，「　　　　　」と表す。

…①



事象 A が起こったとわかっているので，事象 A を「全事象」と

考えた上で，事象 $A\cap B$ が起こる場合の確率を考えればよい。

(ex) 赤玉４個と白玉２個が入っている袋があり，赤玉には１から４まで，白玉には５と６の数字が書かれている。この袋の中から１個の玉を取り出したとき，玉の色が赤玉だった。このとき，その玉に書かれた数字が偶数である確率を求めたい。

赤玉が出る事象を A，玉に書かれた数字が偶数である事象を B とすると，

求める条件付き確率は

$$P_A(B)=\frac{n(A\cap B)}{n(A)}=\qquad\qquad \text{である。}$$

「赤玉が出る」ことが前提なので，赤玉４個を母集団と考えるとよい。

また，①の右辺の分母・分子を，全事象 U の起こる場合の数 $n(U)$ で割ると，次の式が得られる。

…②

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

②の式の分母を払うと，次の等式が成り立つ。

■ 確率の乗法定理

$$P(A\cap B)=P(A)\times P_A(B)$$

$P(A\cap B)$は「2つの事象A，Bがともに起こる確率」である。

2つの試行S, Tにおいて，試行Sで事象Aが起こり，かつ試行Tで事象Bが起こる確率は，SとTが互いに「独立」であれば，$P(A)\times P(B)$で求められる。

SとTが互いに「独立ではない」とき，つまりSの結果によってTの結果が変化する場合には，$P(B)$ではなく，$P_A(B)$を用いる。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

4

当たりくじ４本を含む20本のくじがある。引いたくじはもとに戻さないとして，１本ずつ２回続けてくじを引く。このとき次の確率を求めよ。

(1)　１回目に当たりくじを引いたとき，２回目も当たりくじを引く確率

(2)　２回とも当たりくじを引く確率

(3)　２回目に当たりくじを引く確率

Point Pickup

条件付き確率

全事象が U である試行において，事象 A が起こったときの事象 B が起こる

条件付き確率 $P_A(B)$ は以下。

$$P_A(B)=\frac{n(A\cap B)}{n(A)}\cdots①\qquad P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}\cdots②$$

②は，確率が与えられている，またはそれまでの問題で計算している場合に使うとよい。

確率の乗法定理

２つの事象 A，B がともに起こる確率 $P(A\cap B)$ は

$$P(A\cap B)=P(A)\times P_A(B)$$

この場合の $P_A(B)$ については，事象 A が起こった後の状態を考えた上で，

その状態の下で事象 B が起こるときの確率を求める。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第13講　確認テスト

1 袋Aには赤玉3個，白玉5個，袋Bには赤玉4個，白玉4個が入っている。それぞれの袋から玉を1個ずつ取り出すとき，両方とも赤玉が出る確率は $\frac{\boxed{ア}}{\boxed{イウ}}$ である。

2 1個のさいころを続けて5回投げるとき，奇数の目がちょうど4回出る確率は $\frac{\boxed{エ}}{\boxed{オカ}}$ であり，奇数の目が4回以上出る確率は $\frac{\boxed{キ}}{\boxed{クケ}}$ である。

3 当たりくじ5本を含む20本のくじがある。引いたくじはもとに戻さないとして，A，Bの2人がこの順に1本ずつくじを引く。このとき，Aが当たる確率は $\frac{\boxed{コ}}{\boxed{サ}}$ であり，Aがはずれ,Bが当たる確率は $\frac{\boxed{シス}}{\boxed{セソ}}$ である。さらに,Bが当たる確率は $\frac{\boxed{タ}}{\boxed{チ}}$ である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ Note }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第14講　鋭角の三角比

§1 ▶ 直角三角形と三角比

要点整理 と 公式

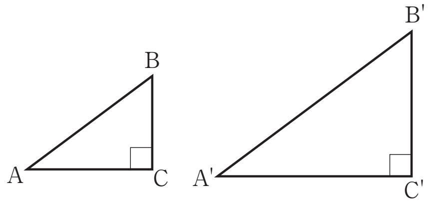
要点 1　タンジェント

「2 組の角がそれぞれ等しい」2 つの三角形は「相似」である。

よって，△ ABC と△ A′B′C′において，∠C ＝∠C′= 90° のとき，∠A ＝ ∠A′ならば，

△ ABC∽△ A′B′C′である。

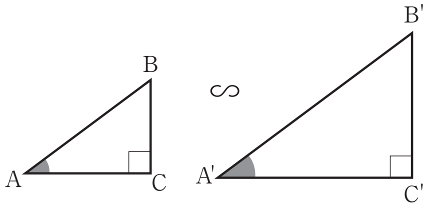
＜図１＞



⟹

∠A ＝ ∠A′

＜図２＞



また，相似な三角形において，対応する線分の長さの比(「相似比」という)はすべて等しい。

＜図２＞では　BC：B′C′＝ AC：＿＿＿… ① である。

また①の式は　BC：＿＿＿ ＝ ＿＿＿：A′C′… ② と，「比の性質」を用いて表すことができる。

さらに②の式は　$\dfrac{BC}{AC} = \dfrac{B'C'}{A'C'}$　… ③ と，「比の値」を用いて表すことができる。

この「比の値」は，三角形の大きさによらない値であることがわかる。

以上より，∠C ＝ 90° の直角三角形ABC において，「2 辺の比の値 $\dfrac{BC}{AC}$ 」は，

三角形の大きさによらず「∠Aの大きさ」だけで 1 つに決まる。

この $\dfrac{BC}{AC}$ の値を，∠Aの「　　　　　　　　」(または「　　　」)といい,「　　　∠ A 」と表す。

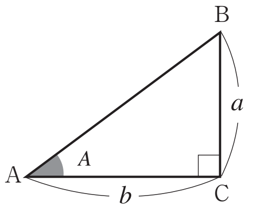
∠Aの大きさは，単に「　　」と表すことが多い。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

■ **タンジェント（正接）**

右の図の直角三角形 ABC において

$$\tan A = \frac{a}{b} \left(= \frac{(\angle \text{Aの対辺})}{(\angle \text{Aの隣辺})} \right)$$

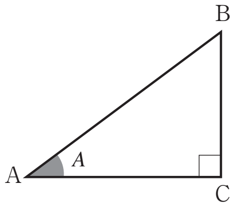


要点2 サインとコサイン

右の図の直角三角形 ABC において，

2 辺の比の値 $\frac{BC}{AC}$，つまり $\tan A$ の値と同じように，

他の 2 辺の比の値 $\frac{BC}{AB}$，$\frac{AC}{AB}$ についても，三角形の大きさによらずの A の大きさだけで 1 つに決まる。



$\frac{BC}{AB}$ の値を，A の「　　　　　」（または「　　　」）といい，「　　A」と表し，

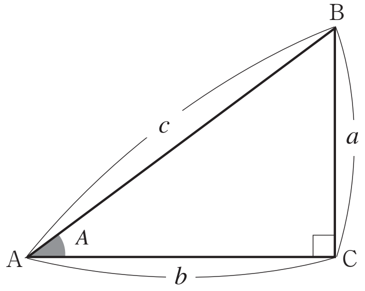
$\frac{AC}{AB}$ の値を，A の「　　　　　」（または「　　　」）といい，「　　A」と表す。

■ **サイン（正弦）とコサイン（余弦）**

右の図の直角三角形 ABC において

$$\sin A = \frac{a}{c} \left(= \frac{(\angle \text{Aの対辺})}{(\text{斜辺})} \right)$$

$$\cos A = \frac{b}{c} \left(= \frac{(\angle \text{Aの隣辺})}{(\text{斜辺})} \right)$$



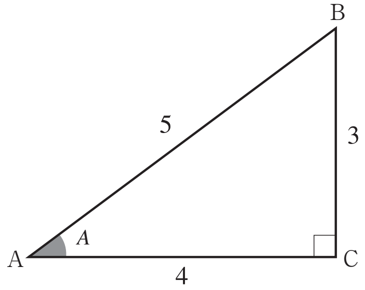
サイン（正弦），コサイン（余弦），タンジェント（正接）をまとめて「　　　　」という。

（ex）図の直角三角形 ABC において

$\sin A =$

$\cos A =$

$\tan A =$

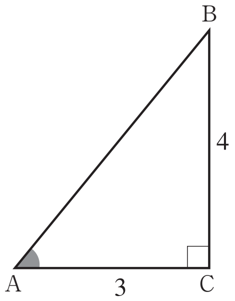


©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

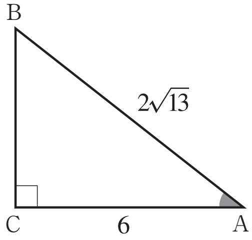
1

次の図で，$\sin A$，$\cos A$，$\tan A$ の値を求めよ。

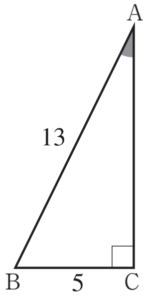
(1)



(2)



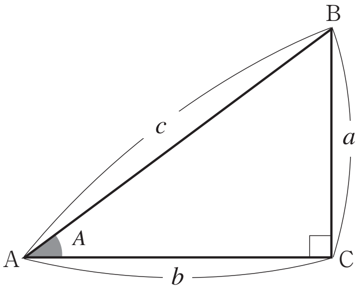
(3)



Point Pickup

三角比

図の三角形 ABC において，



$\sin A =$ 　　$\left(= \dfrac{(対辺)}{(斜辺)}\right)$　　$\cos A=$ 　　$\left(= \dfrac{(隣辺)}{(斜辺)}\right)$

$\tan A=$ 　　$\left(= \dfrac{(対辺)}{(隣辺)}\right)$

・長さが出ていない辺があれば，三平方の定理　　　　　　を用いる。

・三角比は 2 辺の長さの「比」。指定がない限り有理化の必要はない。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

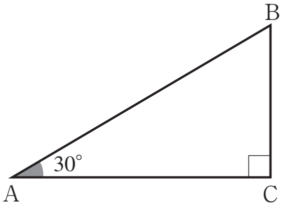
｛解答｝

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§2 ▶ 30°，45°，60°の三角比

要点整理 と 公式

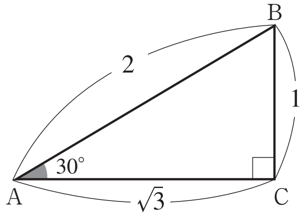
要点3 30°，60°の三角比



$\angle A = 30^\circ$，$\angle C = 90^\circ$ の直角三角形 ABC において，

BC：AB：AC =　　：　　：　　である。

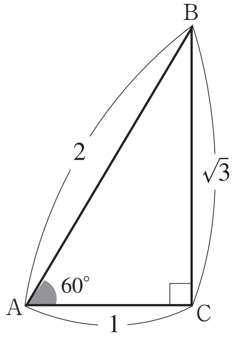
ここで BC =1，AB =2，AC = $\sqrt{3}$ とすると，



sin A　つまり　sin 30° = 　　　，　cos A　つまり　cos30° = 　　，

tan A　つまり　tan 30° = 　　　である。

三角比の値は三角形の大きさによらないので，sin 30°，cos 30°，tan 30° の値は常にこれらの値となる。



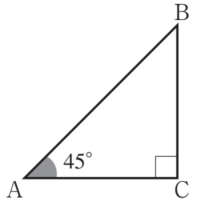
同様に，$\angle A = 60^\circ$，$\angle C = 90^\circ$ の直角三角形 ABC において，

AC= 1，AB= 2，BC = $\sqrt{3}$ とすると，

sin A　つまり　sin 60° = 　　　　，cos A　つまり　cos 60° = 　　　，

tan A　つまり　tan 60° = 　　　　であり，これらの値は常に一定である。

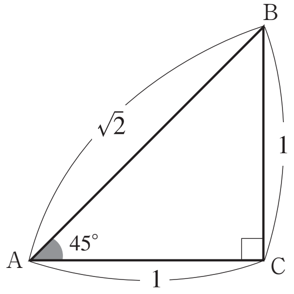
要点4 45°の三角比



$\angle A = 45^\circ$，$\angle C = 90^\circ$ の直角三角形 ABC において，

AC：BC：AB =　　：　　：　　である。

ここでAC =1，BC =1，AB = $\sqrt{2}$ とすると，



sin A　つまり　sin 45° = 　　，　cos A　つまり　cos 45° = 　　　，

tan A　つまり　tan 45° =

であり，これらの値は常に一定である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ メモ }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2

次の三角比の値を求めよ。

(1)　$\sin 30^\circ$，$\cos 30^\circ$，$\tan 30^\circ$

(2)　$\sin 45^\circ$，$\cos 45^\circ$，$\tan 45^\circ$

(3)　$\sin 60^\circ$，$\cos 60^\circ$，$\tan 60^\circ$

Point Pickup

30°，45°，60° の三角比の値

30° と 60° の三角比 $\Longrightarrow$ 60°，30°，90° の直角三角形

45° の三角比 $\Longrightarrow$ 45°，45°，90° の直角三角形

をかくと，3 つの辺の比がわかる。

その 3 つの辺の比を，実際の辺の長さとし，三角比を考えるとよい。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

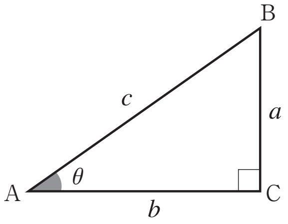
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§3 三角比の相互関係

要点整理 と 公式

要点5 同じ角度の正弦，余弦，正接の値の関係

右の図の直角三角形において，∠A＝θ（シータ）とする。



$\sin\theta =$　　より　$a = c\sin\theta$　…①

$\cos\theta =$　　より　$b = c\cos\theta$　…②

また，$\tan\theta =$　　　…③

③に①，②を代入して　$\tan\theta = \dfrac{c\sin\theta}{c\cos\theta} = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$　　よって　$\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$ である。

また，三平方の定理より　$a^2 + b^2 = c^2$　…④

④に①，②を代入して

$(c\sin\theta)^2 + (c\cos\theta)^2 = c^2$　つまり　$c^2\sin^2\theta + c^2\cos^2\theta = c^2$

よって，$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ である。

よって，同じ角度の正弦，余弦，正接の値について，以下のことが成り立つ。

■ 三角比の相互関係(1)

①　$\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$　　②　$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ の両辺を $\cos^2\theta$ で割ると

$\dfrac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} + 1 = \dfrac{1}{\cos^2\theta}$　　つまり　$\left(\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}\right)^2 + 1 = \dfrac{1}{\cos^2\theta}$

$\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} = \tan\theta$　より　$\tan^2\theta + 1 = \dfrac{1}{\cos^2\theta}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

よって, 同じ角度の余弦と正接の値について, 以下のことが成り立つ。

■ 三角比の相互関係(2)

③ $1 + \tan^2\theta = \dfrac{1}{\cos^2\theta}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3

(1)　θ が鋭角で，$\sin\theta = \dfrac{1}{4}$ のとき，$\cos\theta$ ，$\tan\theta$ の値を求めよ。

(2)　θ が鋭角で，$\tan\theta = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$ のとき，$\cos\theta$ ，$\sin\theta$ の値を求めよ。

Point Pickup

三角比の相互関係

①　$\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$　　②　$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$　　③　$1 + \tan^2\theta = \dfrac{1}{\cos^2\theta}$

3つの三角比　$\sin\theta$，$\cos\theta$，$\tan\theta$　のうちどれか1つの値がわかると，

この相互関係により残り2つの値がわかる。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

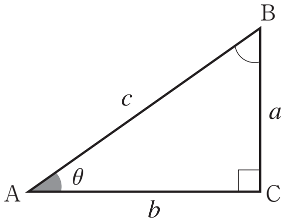
ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§4 ▶ 90° −θ の三角比

要点整理 と 公式

要点6　90° − θ の三角比

右の図の直角三角形において，∠A ＝ θ とすると，



$\sin\theta =$ 　　　，$\cos\theta =$ 　　　，$\tan\theta =$

また，三角形の内角の和は　　　　より

∠B ＝180° −∠C−∠A ＝

よって $\sin B = \sin(90^\circ - \theta) =$ 　　　，　$\cos B = \cos(90^\circ - \theta) =$

$\tan B = \tan(90^\circ - \theta) =$

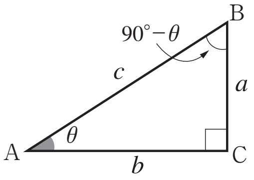
以上より　$\sin(90^\circ - \theta) = \cos\theta$，$\cos(90^\circ - \theta) = \sin\theta$，$\tan(90^\circ - \theta) = \dfrac{1}{\tan\theta}$

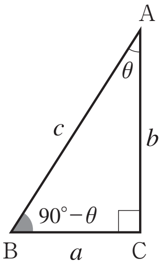
■ 90° − θ の三角比

$\sin(90^\circ - \theta) = \cos\theta$

$\cos(90^\circ - \theta) = \sin\theta$

$\tan(90^\circ - \theta) = \dfrac{1}{\tan\theta}$





©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ メモ }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

4

次の三角比を，45° 以下の角の三角比で表せ。

(1)　$\sin 68^\circ$　　(2)　$\cos 75^\circ$　　(3)　$\tan 49^\circ$

Point Pickup

90° − θ の三角比（余角の三角比）

$\sin(90^\circ-\theta)=\cos\theta$　　$\cos(90^\circ-\theta)=\sin\theta$　　$\tan(90^\circ-\theta)=\dfrac{1}{\tan\theta}$

ある鋭角が 45° より大きいとき，その角度を　90° −●　の形で表すと，

●は 45° より小さい角度となる。

（ex）62° = 90° −

よって，上の関係式を用いると，

45° より大きい角の三角比を，45° より小さい角の三角比で表すことができる。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

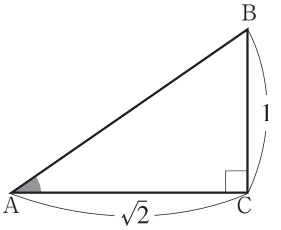
{ 解答 }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第14講　確認テスト

1　右の直角三角形 ABC において

$\sin A = \dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\sqrt{\boxed{\text{イ}}}}$，$\cos A = \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}$，$\tan A = \dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\sqrt{\boxed{\text{カ}}}}$ である。



2　次の $\boxed{\text{キ}}$ ～ $\boxed{\text{ソ}}$ に当てはまる値を，下の①～⑥から選べ。ただし，同じ番号を選んでもよいものとする。

(1)　$\sin 30^\circ = \boxed{\text{キ}}$，$\cos 30^\circ = \boxed{\text{ク}}$，$\tan 30^\circ = \boxed{\text{ケ}}$

(2)　$\sin 45^\circ = \boxed{\text{コ}}$，$\cos 45^\circ = \boxed{\text{サ}}$，$\tan 45^\circ = \boxed{\text{シ}}$

(3)　$\sin 60^\circ = \boxed{\text{ス}}$，$\cos 60^\circ = \boxed{\text{セ}}$，$\tan 60^\circ = \boxed{\text{ソ}}$，

①　$\dfrac{1}{2}$　②　$\dfrac{1}{\sqrt{2}}$　③　$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　④　1　⑤　$\dfrac{1}{\sqrt{3}}$　⑥　$\sqrt{3}$

3　(1)　θ が鋭角で，$\cos\theta = \dfrac{2}{3}$ のとき，$\sin\theta = \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{タ}}}}{\boxed{\text{チ}}}$，$\tan\theta = \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ツ}}}}{\boxed{\text{テ}}}$ である。

(2)　θ が鋭角で，$\tan\theta = 2$ のとき，$\cos\theta = \dfrac{\boxed{\text{ト}}}{\sqrt{\boxed{\text{ナ}}}}$，$\sin\theta = \dfrac{\boxed{\text{ニ}}}{\sqrt{\boxed{\text{ヌ}}}}$ である。

4　次の $\boxed{\text{ネ}}$ ～ $\boxed{\text{ハ}}$ に当てはまる値を，下の①～③から選べ。

$\sin(90^\circ - \theta) = \boxed{\text{ネ}}$，$\cos(90^\circ - \theta) = \boxed{\text{ノ}}$，$\tan(90^\circ - \theta) = \dfrac{1}{\boxed{\text{ハ}}}$

①　$\sin\theta$　②　$\cos\theta$　③　$\tan\theta$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ Note }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第15講　三角比の拡張

§1　座標を用いた三角比の定義

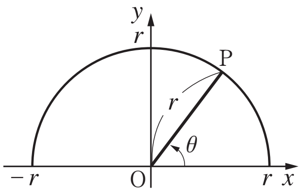
要点整理 と 公式

要点 1　三角比と座標

直角三角形の内角は90°を超えることはない。

よって，直角三角形を用いて鈍角の三角比を定義することはできない。

ここでは，鈍角も含めた 0° 以上 180° 以下の角における三角比を，座標を用いて定義する。



右図のように，原点 O を中心とする半径 r の半円をかき，

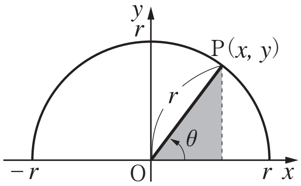
x 軸の正の向きとなす角が，反時計まわり（左まわり）に

θ となるように，半径 OP をとる。

点 P の座標をP(x，y)とすると，

θ が鋭角（$0° < \theta < 90°$）のとき，右図より

$\sin\theta =$ 　　，　$\cos\theta =$ 　　，　$\tan\theta =$ 　　…①　である。

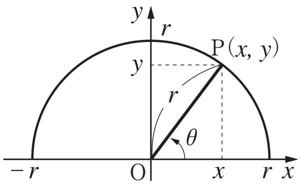


ここで，①におけるx，y を，長さではなく座標として

考えることにより，θ が鈍角（$90° < \theta < 180°$）のときや

$\theta = 0°$，$90°$，$180°$ のときも含めた三角比を

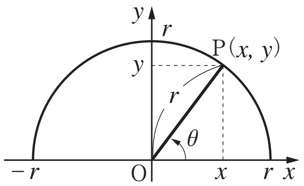
次のように定義する。



■ **三角比の定義**

右図において $0° \leqq \theta \leqq 180°$ のとき

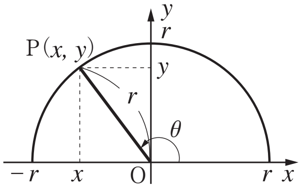
$\sin\theta =$ 　　，　$\cos\theta =$ 　　，　$\tan\theta =$



θ が鈍角のとき，右図より $x < 0$ となる。

これと $y > 0$，$r > 0$ であることから，

$\sin\theta > 0$，　$\cos\theta < 0$，　$\tan\theta < 0$ である。



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ メモ }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

1

次の三角比の値を求めよ。

(1)　sin 120°，cos 120°，tan 120°

(2)　sin 135°，cos 135°，tan 135°

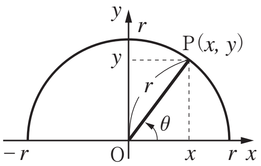
(3)　sin 150°，cos 150°，tan 150°

Point Pickup

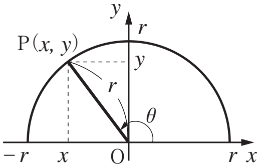
三角比の定義

$0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ のとき

$\sin\theta =$　　，　$\cos\theta =$　　，　$\tan\theta =$



＜θが鋭角＞



＜θが鈍角＞

rとθを決めると，Ｐの座標 $(x,\ y)$は１つに決まる。

よって，半径 r の長さは自由に決めてよい。

30°，45°，60°の三角比のときに用いた直角三角形の３辺の長さを参考に半径 r を決めるとよい。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

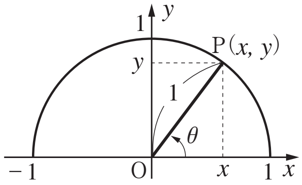
{ 解答 }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§2 単位円を用いた三角比の定義

要点整理 と 公式

要点2 単位円と三角比



右図のように，原点 O を中心とする半径 1 の半円をかき，

x 軸の正の向きとなす角が，反時計まわり（左まわり）に

θ となるように，半径 OP をとる。

点 P の座標を $P(x,\ y)$ とすると，半径が 1 であることより

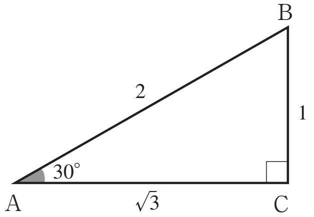
$\sin\theta =$ 　　　，　　　$\cos\theta =$ 　　　，　　　$\tan\theta = \dfrac{y}{x}$

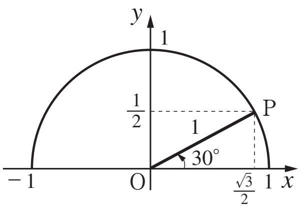
となり，正弦の値は点 P の y 座標，余弦の値は点 P の x 座標と一致する。

また，$0 \leqq y \leqq 1$，$-1 \leqq x \leqq 1$ より，$0 \leqq \sin\theta \leqq 1$，$-1 \leqq \cos\theta \leqq 1$ であることがわかる。

※原点を中心とする半径 1 の円を「単位円」という。

（ex）30° の三角比を単位円で考える。





$\angle A = 30°$，$\angle C = 90°$ の直角三角形 ABC において，斜辺の長さは AB = 2 である。

この△ABC を　　　に縮小したものを考えることにより，点 P の座標は $\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2},\ \dfrac{1}{2}\right)$ である。

$\sin 30° =$ 　　　であり，この値は点 P の　　　座標と一致し，

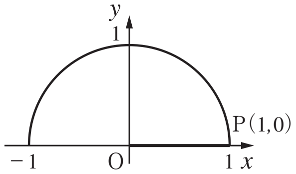
$\cos 30° =$ 　　　であり，この値は点 P の　　　座標と一致する。

このように，単位円上の点の座標から三角比の値を導くことができる。

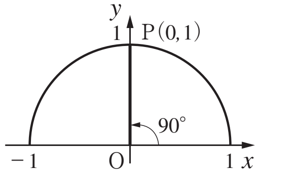
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

要点❸ 0°，90°，180° の三角比

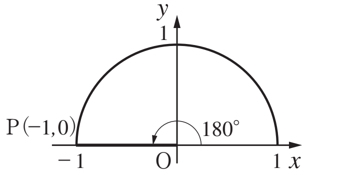
0°，90°，180° の三角比はそれぞれ以下。



$\sin 0^\circ =$ 　　，$\cos 0^\circ =$ 　　，$\tan 0^\circ =$



$\sin 90^\circ =$ 　　，$\cos 90^\circ =$ 　　，$\tan 90^\circ$ は定義されない。



$\sin 180^\circ =$ 　　，$\cos 180^\circ =$ 　　，$\tan 180^\circ =$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2

次の三角比の値を，単位円を用いて求めよ。

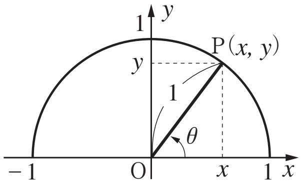
(1)　$\sin 150^\circ$，$\cos 150^\circ$

(2)　$\sin 45^\circ$，　$\cos 45^\circ$

(3)　$\sin 120^\circ$，$\cos 120^\circ$

Point Pickup

単位円を用いた三角比の値



単位円(原点中心，半径１の円)の円周上の点Ｐの座標をＰ$(x,\ y)$とすると

$\sin\theta =$　　，$\cos\theta =$　　，$\tan\theta = \dfrac{y}{x}$

つまり，

点Ｐの　　座標が $\cos\theta$ の値　　，点Ｐの　　座標が $\sin\theta$ の値　　　である。

30°，45°，60°の三角比のときに用いた直角三角形を，斜辺が　　になるにように縮小したものを考え，点Ｐの座標を求める。

点Ｐの座標で出てくる３つの値　　，　　，　　がどのような角度の三角比のときに出てくるのかを覚えておくとよい。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§3 ▶ 三角比が与えられたときの角

要点整理 と 公式

要点4 等式を満たす θ

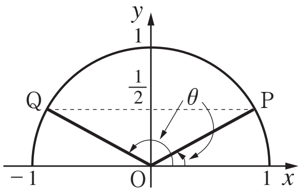
正弦や余弦の値がわかっているとき，その角の大きさを単位円を用いて求めることを考える。

（ex1）$0° \leqq \theta \leqq 180°$　のとき，$\sin\theta = \dfrac{1}{2}$ を満たす θ を求める。

正弦の値は，単位円の円周上の点の　　座標と一致する。

単位円の円周上で，y 座標が $\dfrac{1}{2}$ となる点は

右図の点 P，Q である。



よって，$\sin\theta = \dfrac{1}{2}$ となる θ は，$\theta =$　　，　　である。

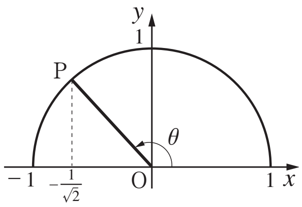
※点 P の x 座標は　　，点 Q の x 座標は　　である。

（ex2）$0° \leqq \theta \leqq 180°$　のとき，$\cos\theta = -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ を満たす θ を求める。

余弦の値は，単位円の円周上の点の　　座標と一致する。

単位円の円周上で，x 座標が $-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ となる点は

右図の点 P である。



よって，$\cos\theta = -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ となる θ は，$\theta =$　　　である。

※点 P の y 座標は　　である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ メモ }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3

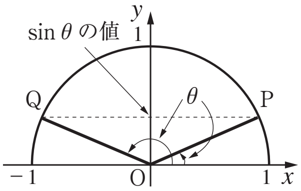
$0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ のとき，次の等式を満たす θ を求めよ。

(1)　$\sin\theta = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　(2)　$\cos\theta = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

(3)　$\sin\theta = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$　　(4)　$\cos\theta = -\dfrac{1}{2}$

Point Pickup

三角方程式（正弦・余弦）

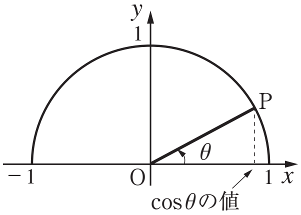


正弦や余弦の値からその角度 θ を求めるときは，

単位円の円周上の点の座標を考える。

$\sin\theta$ の値　→　その値を　　　座標にもつ点

$\cos\theta$ の値　→　その値を　　　座標にもつ点



単位円上にその点 P(Q) を図示し，半径 OP(OQ) と

x 軸の正の向きとのなす角が，求める θ である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

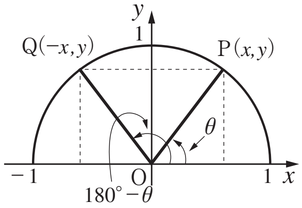
ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§4 ▶ 180°－θの三角比，相互関係と単位円

要点整理 と 公式

要点5 180° － θ の三角比

右図のように，OP，OQ と x 軸の正の向きがなす角がそれぞれ θ，$180^\circ-\theta$ となるように点P，点Q をとると，$P(x,\ y)$のとき，$Q(-x,\ y)$となる。



$\sin\theta=$　　　　，　$\sin(180^\circ-\theta)=$

$\cos\theta=$　　　　，　$\cos(180^\circ-\theta)=$

$\tan\theta=$　　　　，　$\tan(180^\circ-\theta)=$

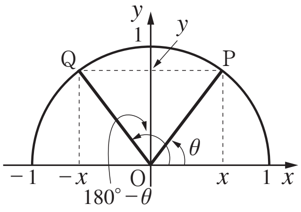
より，以下のことがいえる。

■ 180° － θ の三角比

$\sin(180^\circ-\theta)=\sin\theta$

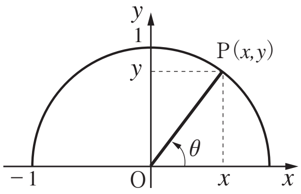
$\cos(180^\circ-\theta)=-\cos\theta$

$\tan(180^\circ-\theta)=-\tan\theta$



要点6 相互関係と単位円

単位円の円周上の点 $P(x,\ y)$について，



$\cos\theta=x$，　$\sin\theta=y$　…①

$\tan\theta=\dfrac{y}{x}$ …②　　　である。

②の x，y に①を代入して，　$\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$　が成り立つ。

また，三平方の定理により，$x^2+y^2=1$ …③

③の x，y に①を代入して，$\cos^2\theta+\sin^2\theta=1$　が成り立つ。

$\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$，$\cos^2\theta+\sin^2\theta=1$ から，$1+\tan^2\theta=\dfrac{1}{\cos^2\theta}$　が成り立つ。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

よって，$0° \leqq \theta \leqq 180°$ のとき，以下のことが成り立つ。

■ 三角比の相互関係

① $\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$　② $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$　③ $1 + \tan^2\theta = \dfrac{1}{\cos^2\theta}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

4

［1］　次の三角比を，90° 以下の角の三角比で表せ。

（1）　$\sin 153^\circ$　　（2）　$\cos 102^\circ$　　（3）　$\tan 170^\circ$

［2］（1）　$0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$　とする。$\sin\theta = \dfrac{4}{5}$ のとき，$\cos\theta$，$\tan\theta$　の値を求めよ。

（2）　$0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$　とする。$\tan\theta = -2$ のとき，$\cos\theta$，$\sin\theta$　の値を求めよ。

Point Pickup

$180^\circ - \theta$ の三角比（補角の三角比）

$\sin(180^\circ - \theta) = \sin\theta$　　$\cos(180^\circ - \theta) = -\cos\theta$　　$\tan(180^\circ - \theta) = -\tan\theta$

ある角が鈍角のとき，その角度を　$180^\circ -$●　の形で表すと，●は鋭角となる。

（ex）$118^\circ = 180^\circ -$

上の関係式を用いると，鈍角の三角比を鋭角の三角比で表すことができる。

三角比の相互関係

①　$\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$　　②　$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$　　③　$1 + \tan^2\theta = \dfrac{1}{\cos^2\theta}$

θ が鈍角のとき，$\cos\theta$　　，$\tan\theta$　　であることに注意

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第15講　確認テスト

1 次の ア ～ カ に当てはまる値を，下の①～⑥から選べ。ただし，同じ番号を選んでもよいものとする。

(1) $\sin 120° =$ ア ，$\cos 120° =$ イ

(2) $\sin 135° =$ ウ ，$\cos 135° =$ エ

(3) $\sin 150° =$ オ ，$\cos 150° =$ カ

① $\dfrac{1}{2}$　② $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$　③ $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　④ $-\dfrac{1}{2}$　⑤ $-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$　⑥ $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

2 次の キ ～ ケ に当てはまる値を，下の①～⑥から選べ。

$\tan 120° =$ キ ，$\tan 135° =$ ク ，$\tan 150° =$ ケ

① $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$　② 1　③ $\sqrt{3}$　④ $-\dfrac{1}{\sqrt{3}}$　⑤ -1　⑥ $-\sqrt{3}$

3 $0° \leqq \theta \leqq 180°$ のとき，次の等式を満たす θ を求めよ。

(1) $\sin\theta = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$　$\theta =$ コサ °，シスセ °　(2) $\cos\theta = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　$\theta =$ ソタチ °

4 次の ツ ～ ト に当てはまる値を，下の①～⑥から選べ。

$\sin(180° - \theta) =$ ツ ，$\cos(180° - \theta) =$ テ ，$\tan(180° - \theta) =$ ト

① $\sin\theta$　② $-\sin\theta$　③ $\cos\theta$　④ $-\cos\theta$　⑤ $\tan\theta$　⑥ $-\tan\theta$

5 θ が鈍角で，$\sin\theta = \dfrac{2}{\sqrt{5}}$ のとき，$\cos\theta = -\dfrac{\text{ナ}}{\sqrt{\text{ニ}}}$，$\tan\theta = -$ ヌ である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ Note }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第16講　正弦定理・余弦定理

§1 ▶ 正弦定理

要点整理 と 公式

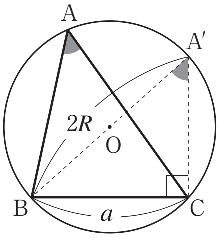
要点 1 正弦定理

以降は，△ ABC の 3 つの角 ∠A，∠B，∠C の大きさをそれぞれ A，B，C，対辺の長さをそれぞれ a，b，c とする。

三角形の 3 つの角の正弦と，3 つの辺の長さの関係について考える。

△ABC の外接円(三角形の 3 つの頂点を通る円)の中心を O，半径を R とする。

［1］ A が鋭角のとき

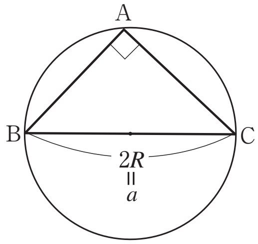


右図の直角三角形 A'BC において，sin ∠A′ = 　　　 より

$\dfrac{a}{\sin\angle \mathrm{A}'} = 2R$

また，円周角の定理より $\angle \mathrm{A}' = A$　　よって $\dfrac{a}{\sin A} = 2R$

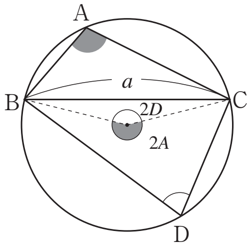
［2］ A が直角のとき



$\sin A = \sin 90^\circ = 1$　より　$\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{a}{1} = a$

また，$a = 2R$　　よって　$\dfrac{a}{\sin A} = 2R$

［3］ A が鈍角のとき



右図で $\angle \mathrm{BDC} = D$　とすると $2A+2D = 360^\circ$　より

$A+D = 180^\circ$

よって $D = 180^\circ - A$　より $\sin D = \sin(180^\circ - A) = \sin A$

また，［1］より $\dfrac{a}{\sin D} = 2R$　　よって　$\dfrac{a}{\sin A} = 2R$

［1］～［3］より，$\dfrac{a}{\sin A} = 2R$ が成り立つ。

同様にして，$\dfrac{b}{\sin B} = 2R$，$\dfrac{c}{\sin C} = 2R$ が成り立つ。

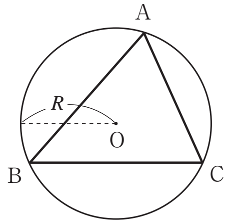
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

以上より，次のことが成り立つ。

■ **正弦定理**

△ABC において，外接円の半径を R とすると

$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}=2R$　が成り立つ。



ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

1

(1)　△ABC において，$b = 5$，$B = 45°$，$C = 75°$ のとき，a を求めよ。

また，△ABC の外接円の半径 R を求めよ。

(2)　△ABC において，外接円の半径を R とする。

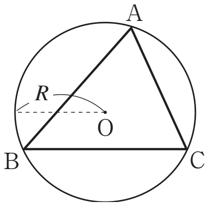
$c = 2\sqrt{3}$，$R = 2$ のとき，C を求めよ。

Point Pickup

正弦定理

△ABC の外接円の半径を R とすると，

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$ が成り立つ。



ある辺の長さとその対角の大きさ，外接円の半径がらみで使うとよい。

また，2 つの角の大きさがわかると，残り 1 つの角の大きさがわかる。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

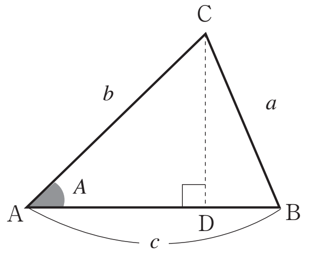
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§2 余弦定理

要点整理 と 公式

要点❷ 余弦定理

右図において，△BCD で三平方の定理より



$BC^2 = CD^2 + BD^2$ …①

また，△ACD において

$\sin A = \dfrac{CD}{b}$ より　$CD = b\sin A$ …②

$\cos A = \dfrac{AD}{b}$ より　$AD = b\cos A$　　よって $BD = AB - AD = c - b\cos A$ …③

②，③，および $BC = a$ を①に代入して

$a^2 = (b\sin A)^2 + (c - b\cos A)^2$

$= b^2\sin^2 A + c^2 - 2bc\cos A + b^2\cos^2 A$

$= b^2(\sin^2 A + \cos^2 A) + c^2 - 2bc\cos A$

$= b^2 + c^2 - 2bc\cos A$

よって $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$ が成り立つ。

A または B が鈍角の場合も, C から辺 AB の延長に垂線を下ろすことによりこの式は成り立つ。

また, A または B が直角の場合もこの式は成り立つ。

同様に，次の 2 式も成り立つ。

$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca\cos B$　　$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$

以上より，次のことが成り立つ。

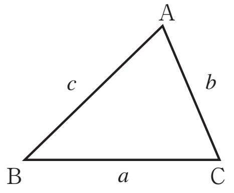
■ **余弦定理**

△ABC において

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$

$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca\cos B$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

また，$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$ より

$2bc\cos A = b^2 + c^2 - a^2$　　よって $\cos A = \dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$ である。

同様に２式　$\cos B = \dfrac{c^2+a^2-b^2}{2ca}$，　$\cos C = \dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$ が得られる。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2

(1)　△ABC において，$b=3$，$c=4$，$A=60°$ のとき，a を求めよ。

(2)　△ABC において，$a=5$，$c=7$，$C=120°$ のとき，b を求めよ。

(3)　△ABC において，$a=1$，$b=\sqrt{3}$，$c=\sqrt{7}$ のとき，C を求めよ。

Point Pickup

余弦定理

△ABC において

①　$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$　$\Longleftrightarrow$　①′　$\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$

②　$b^2=c^2+a^2-2ca\cos B$　$\Longleftrightarrow$　②′　$\cos B=\dfrac{c^2+a^2-b^2}{2ca}$

③　$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$　$\Longleftrightarrow$　③′　$\cos C=\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$

①～③は，２辺の長さと１つの角の大きさから，残りの１辺を求めるとき，

①′～③′は，３辺の長さから，ある角の大きさを求めるときに使うとよい。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§3 三角形の面積

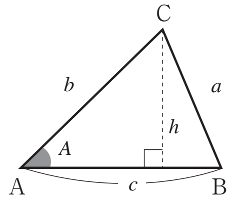
要点整理 と 公式

要点3 三角形の高さと面積

三角比を使って三角形の面積を求める。

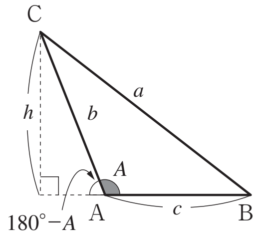
△ABC において，辺AB を底辺とするときの高さ h について

(i)　A が鋭角のとき



$$\sin A = \frac{h}{b} \quad \text{より} \quad h = b\sin A$$

(ii)　A が鈍角のとき



$$\sin(180^\circ - A) = \frac{h}{b} \quad \text{より} \quad h = b\sin(180^\circ - A) = b\sin A$$

(i)，(ii) より　$h = b\sin A$　である。

よって，△ABC の面積 S は

$$S = \frac{1}{2}ch = \frac{1}{2}c\cdot b\sin A = \frac{1}{2}bc\sin A \quad \text{と表される。}$$

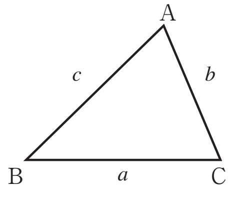
よって△ABC の面積 S は，2 辺 b，c の長さと，その間の角の正弦の値 $\sin A$ で表される。

他の 2 辺とその間の角からも同様に求めることができる。

■ 三角形の面積

△ABC の面積を S とすると

$$S = \frac{1}{2}bc\sin A \qquad S = \frac{1}{2}ca\sin B \qquad S = \frac{1}{2}ab\sin C$$



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛メモ｝

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3

次の△ABC の面積 S を求めよ。

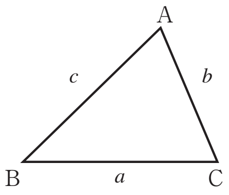
(1)　$b=4,\ c=7,\ A=60°$　　(2)　$a=5,\ b=3,\ C=135°$

(3)　$c=5,\ a=6,\ \sin B=\dfrac{\sqrt{7}}{4}$　　(4)　$a=13,\ b=7,\ c=8$

Point Pickup

三角形の面積 S

$$S=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}ca\sin B=\frac{1}{2}ab\sin C$$



　　と　　　　　　(またはその間の角の正弦の値)が

わかっているときはこの公式で面積を求めることができる。

３辺の長さがわかっているときは，以下の手順で面積を求めるとよい。

① 余弦定理で，　　　　の値を求める。

② 相互関係 $\sin^2 A+\cos^2 A=1$ を用いて　　　　の値を求める。

③ 公式を用いて三角形の面積を出す。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

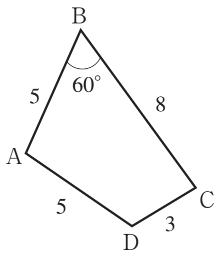
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§4 図形の計量

要点整理 と 公式

要点4 四角形の面積

右の図の四角形 ABCD の面積を求めたい。



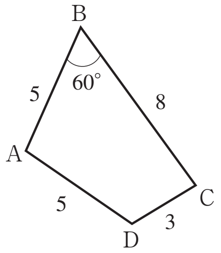
対角線 AC をひき，△ABC と △ACD に分けて考えると，

△ABC は，2 辺とその間の角がわかっているので，

三角比を用いた面積の公式により，面積を求めることができる。

一方，△ACD は，2 辺の長さしかわかっていないので，

このままでは面積を求めることができない。



ここで，△ABC で余弦定理より

$$AC^2 = 5^2 + 8^2 - 2\cdot 5\cdot 8\cdot \cos 60^\circ = 25 + 64 - 2\cdot 5\cdot 8\cdot \frac{1}{2} = 49$$

$AC > 0$　より　$AC = 7$ である。

よって，△ACD の 3 辺の長さがわかったので，

余弦定理を用いて $\cos D$ の値を求め，相互関係で $\sin D$ の値を求めることにより，

△ACD の面積を公式で求めることができる。

四角形ABCD の面積は，△ABC と△ACD の和によって求めることができる。

このように，四角形などの多角形の面積を求めるときは，三角形に分割し，

それぞれの三角形の面積を求め，その和を計算することで求めることができる。

その際，必要に応じて辺の長さなどを，別の三角形から求める。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ メモ }

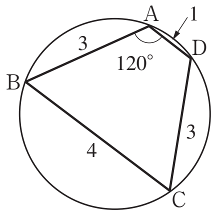
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

4

円に内接する四角形において，AB = 3，BC = 4，

CD = 3，DA = 1，$\angle \mathrm{BAD} = 120^\circ$ である。

このとき，四角形 ABCD の面積 S を求めよ。



Point Pickup

四角形の面積

①　対角線によって 2 つの三角形に分ける。

②　三角比を用いた面積の公式を用いて，それぞれの三角形の面積を求める。

③　2 つの三角形の面積の和を求める。

②において必要な辺の長さや角の大きさが不足しているときは，もう一方の三角形を用いて求める。

円に内接する四角形

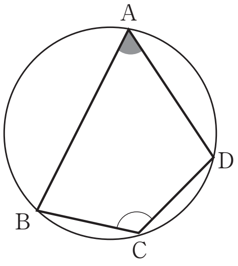
正弦定理の証明のときにも用いたように，

円に内接する四角形 ABCD において，

$A + C =$ 　　　，　$B + D =$ 　　　が成り立つ。

これにより，円に内接する四角形において，

「　　　　　　　　　　」を求めることができる。



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛解答｝

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第16講　確認テスト

1 (1) △ABCにおいて，$b=3\sqrt{2}$，$A=45°$，$C=105°$のとき，$a=$ [ア] である。

また，△ABCの外接円の半径は $R=$ [イ] $\sqrt{[ウ]}$ である。

(2) △ABCにおいて，外接円の半径をRとする。

$c=6$，$R=6$のとき，$C=$ [エオ]°，[カキク]°である。

2 (1) △ABCにおいて，$a=7$，$b=8$，$C=120°$ のとき，$c=$ [ケコ] である。

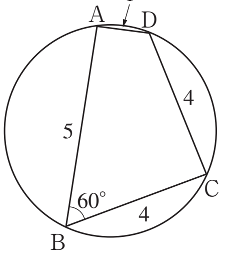
(2) △ABCにおいて，$a=7$，$b=3$，$c=8$のとき，$A=$ [サシ]°である。

3 (1) △ABCにおいて，$c=4$，$a=5$，$B=30°$のとき，面積は$S=$ [ス] である。

(2) △ABCにおいて，$a=4$，$b=5$，$c=6$のとき，$\cos A=\dfrac{[セ]}{[ソ]}$，$\sin A=\dfrac{\sqrt{[タ]}}{[チ]}$，

面積 $S=\dfrac{[ツテ]\sqrt{[ト]}}{[ナ]}$ である。

4 右の図の四角形ABCDの面積は [ニ] $\sqrt{[ヌ]}$ である。



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ Note }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第17講　データの分析

§1　データの整理と代表値

要点整理 と 公式

要点1 データとその整理

「変量」… 人や物の特性を数値的に表すもの　　(ex) 身長，気温，テストの点数

「データ」… 変量の測定値の集まり

(ex) 次のデータ1は，あるクラスの生徒10人のハンドボール投げの結果である。

データ1　(単位m)

13，21，15，18，18，16，17，15，19．18

データを整理する方法として,「度数分布表」や「ヒストグラム(柱状グラフ)」などがある。

要点2 データの代表値

「代表値」… データ全体の特徴を1つの数値で表したもの。主な代表値として

「　　　　」「　　　　」「　　　　」などがある。

「平均値」… 変量 x についての n 個の値が x_1，x_2，……，x_n のとき，

これらの和を個数 n で割ったもの。　　で表す。

$$\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \cdots\cdots + x_n)$$

(ex) データ1の平均値　　は

$$\bar{x} = \frac{1}{10}(13 + 21 + \cdots\cdots + 18) = \frac{170}{10} = 17.0\ (\text{m})$$

「最頻値」… データにおいて，最も個数が多い値。モードともいう。度数分布表に

整理したときは，度数の最も多い階級の「階級値」(階級の中央の値)。

(ex) データ1の最頻値は18 m

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

「中央値」… データを大きさの順(小さい順，大きい順)に並べたとき，中央にくる値。

メジアンともいう。データの個数が偶数のときは，中央の２つの値の平均。

(ex) データ１を小さい順に並べると

13，15，15，16，17，18，18，18，19，21

よって中央値は，　　番目と　　番目の値の平均値で $\frac{17+18}{2}=17.5$ (m)

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

1

［1］　次のデータの平均値，中央値を求めよ。

（1）　32，40，31，45，80

（2）　45，41，39，50，44，45

［2］　右の表は，あるクラスの生徒 27 人のソフトボール投げの結果である。

（1）　中央値が含まれる階級を求めよ。

（2）　最頻値を求めよ。

階級（m）	度数（人）
12以上14未満	2
14 ～ 16	4
16 ～ 18	9
18 ～ 20	5
20 ～ 22	7
計	27

Point Pickup

代表値（平均値・最頻値・中央値）

平均値 … $\overline{x} = \dfrac{1}{n}(x_1 + x_2 + \cdots\cdots + x_n)$

最頻値 … 最も個数の多い値，または度数が最も大きい階級の階級値

中央値 … 大きさの順に並べたとき，中央の位置にくる値

データの個数が奇数個　→　中央の値

データの個数が偶数個　→　中央の 2 つの値の平均

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

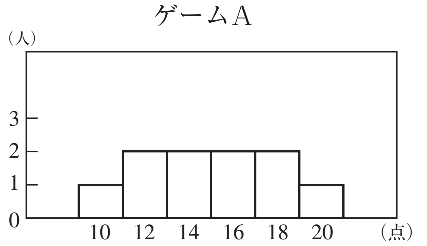
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

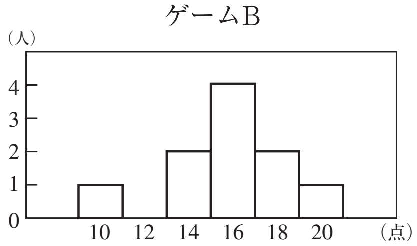
§2 ▶ データの散らばり

要点整理 と 公式

要点3 データの範囲

次の 2 つの図は，あるクラスの 10 人に 2 つのゲーム A，B を行い，その得点をヒストグラムに表したものである。





「範囲」… データの最大値から最小値を引いた差。

これが大きいとデータの散らばりの度合いが大きいと考えられる。

上のゲームA，ゲームB の範囲はともに，$20 - 10 = 10$（点）である。

よって，範囲だけでは「散らばりの違いはない」となる。

最大値や最小値に極端に離れた値があると，範囲はそれに大きく影響を受ける。

要点4 四分位数と四分位範囲・四分位偏差

「四分位数」… データを大きさの順に並べたとき，「　　　　」する位置にくる

「　　つの仕切り」となる数。この 3 つの四分位数は，小さい方から

「第　　四分位数」「第　　四分位数」「第　　四分位数」といい，

順に　　，　　，　　と表す。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

（ex）奇数個のデータ 1，2，3，4，5，6，7，8，9 について

（1，2，3，4，）　5，　（6，7，8，9）

↑

中央値 5

これを　　とする。

1，2，3，4　　　　　　6，7，8，9

↑　　　　　　　　　　↑

中央値 $\dfrac{2+3}{2}=2.5$　　　　中央値 $\dfrac{7+8}{2}=7.5$

これを　　とする。　　　　これを　　とする。

「四分位範囲」… 第 3 四分位数から第 1 四分位数を引いた数 ＿＿＿＿

データの中央およそ 50% の範囲。

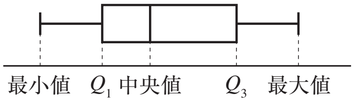
「四分位偏差」… 四分位範囲を 2 で割った数

＿＿＿＿

データが中央値（Q_2）の周りに集中しているほど，四分位範囲や四分位偏差は小さい傾向にあり，逆に四分位範囲や四分位偏差が大きいと，散らばりの度合いが大きいと考えられる。

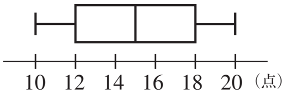
要点5 箱ひげ図

「箱ひげ図」… 最小値，Q_1，中央値，Q_3，最大値を，箱と線（ひげ）を用いて1つの図に表したもの。

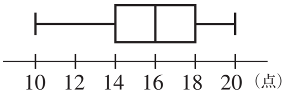


前ページのゲームA，ゲーム B の得点の箱ひげ図は，それぞれ次のようになる。

ゲーム A



ゲーム B



このように，箱ひげ図は，データの分布のおおまかな様子を表している。よって，複数のデータの分布を比較することに適している。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2

次のデータは，ある本について書店 A，B における 1 日の販売数 10 日分を，小さい順に並べたものである。

書店 A … 0，0，3，3，4，5，7，8，8，9

書店 B … 2，3，5，5，6，7，7，8，8，9

(1) 各データの四分位数，四分位範囲，四分位偏差を求めよ。

(2) 2 つのデータの箱ひげ図を並べてかけ。

(3) 2 つのデータの散らばりの度合いを比較せよ。

Point Pickup

散らばりの度合い

範囲の大きさや四分位範囲の大きさから，複数のデータの散らばりの度合いを比較することができる。

範囲 …（最大値）−（最小値）

四分位範囲 … $Q_3 - Q_1$

四分位偏差 … $\dfrac{Q_3 - Q_1}{2}$

3 つの四分位数 Q_1，Q_2，Q_3 は，データを 4 等分する位置に来る値である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§3 分散と標準偏差

要点整理 と 公式

要点6 偏差と分散，標準偏差

ここでは，データの値すべてに関してその散らばり度合いをみる方法の１つとして，平均値との差を考える。

データの個々の値と平均値との差が大きいほど，その値は平均から離れている。

変量 x についての n 個の値を x_1，x_2，……，x_n とし，その平均を $\overline{x}$ とする。

各値の平均値からの差 $x_1-\overline{x}$，$x_2-\overline{x}$，……，$x_n-\overline{x}$ を，それぞれの平均値からの「　　　」という。各値が平均値より大きければ偏差は　　，平均値より小さければ偏差は　　，平均値と同じ値であれば偏差は　　となる。

この偏差の平均値は

$$\frac{1}{n}\{(x_1-\overline{x})+(x_2-\overline{x})+\cdots\cdots+(x_n-\overline{x})\}=\frac{1}{n}\{(x_1+x_2+\cdots\cdots+x_n)-\overline{x}\times n\}$$

$$=\frac{1}{n}(x_1+x_2+\cdots\cdots+x_n)-\overline{x}=\overline{x}-\overline{x}=0$$

つまり常に０となり，偏差の平均値を用いて散らばりの度合いを見ることはできない。

ここで，偏差を「　　　」した値を考えると，その値は０以上となり，また各値が平均値より離れるほどその値は大きくなる。よってこの平均値の大小は，データの散らばり度合いの大小を表す１つの指標となる。この偏差の２乗の平均値を「　　　」といい,「　　」で表す。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

また，分散の正の平方根 $\sqrt{s^2}=$ 　　を「　　　　　」という。

■分散と標準偏差

分散　$s^2=\dfrac{1}{n}\{(x_1-\overline{x})^2+(x_2-\overline{x})^2+\cdots\cdots+(x_n-\overline{x})^2\}$

標準偏差　$s=\sqrt{s^2}=\sqrt{\dfrac{1}{n}\{(x_1-\overline{x})^2+(x_2-\overline{x})^2+\cdots\cdots+(x_n-\overline{x})^2\}}$

(ex)　ある小テストの得点のデータが 5，6，7，8，9 のとき

平均値は $\overline{x}=\dfrac{1}{5}(5+6+7+8+9)=7$（点）

x	5	6	7	8	9
$x-\overline{x}$	-2	-1	0	1	2
$(x-\overline{x})^2$	4	1	0	1	4

分散は　$s^2=\dfrac{1}{5}\{(-2)^2+(-1)^2+0^2+1^2+2^2\}=\dfrac{1}{5}(4+1+0+1+4)=2$

標準偏差は $s=\sqrt{s^2}=\sqrt{2}\fallingdotseq 1.4$（点）

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3

次のデータは，8 人の生徒が 2ヶ月の間に読んだ本の冊数 x（冊）である。

1，3，6，5，8，1，6，2

(1)　このデータの平均値 $\overline{x}$ を求めよ。

(2)　このデータの分散 s^2 を求めよ。

(3)　このデータの標準偏差 s を求めよ。

Point Pickup

分散と標準偏差

変量 x の n 個の値が x_1，x_2，……，x_n，その平均値が $\overline{x}$ のとき

分散　$s^2 = \dfrac{1}{n}\{(x_1 - \overline{x})^2 + (x_2 - \overline{x})^2 + \cdots\cdots + (x_n - \overline{x})^2\}$　… (偏差)^2 の平均値

標準偏差　$s = \sqrt{s^2}$　…$\sqrt{(分散)}$

平均値が複雑な値のときの分散

平均値が複雑な値のときには，分散を求める際の偏差やその 2 乗の計算に時間を要する。よって，次の式を用いるとよい。

分散　$s^2 = \overline{x^2} - (\overline{x})^2$　… (x^2 の平均値) − (x の平均値)^2

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

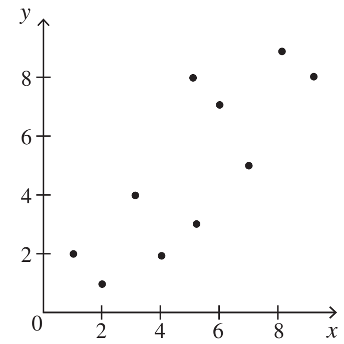
§4 ▶ データの相関

要点整理 と 公式

要点 7 散布図と相関関係

ある 2 つの変量の間に関係があるかを知りたいとき，その 2 つのデータの値を座標として 1 つの図に表す方法がある。

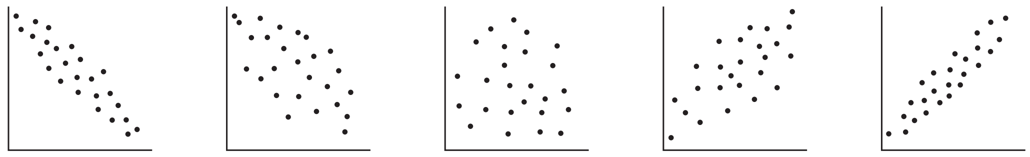
x	8	4	3	5	2	1	6	9	5	7
y	9	2	4	8	1	2	7	8	3	5



右の図は，x，y の値の組を座標$(x,\ y)$として座標平面上にとったものである。このように，2 つの変量からなるデータを座標平面上に図示したものを「　　　　　」という。

2 つの変量からなるデータにおいて，一方が増えると他方も増える傾向にあるとき，2 つの変量には「　　の相関がある」という。また，一方が増えると他方が減る傾向にあるとき，2 つの変量には「　　の相関がある」という。正の相関も負の相関もみられないとき，「相関がない」という。

散布図において，点の分布が直線に近づくほど「相関が　　　」といい，広く散らばっているほど「相関が　　　」という。



負の相関（強い）　負の相関（弱い）　相関がない　正の相関（弱い）　正の相関（強い）

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

要点8 相関係数

2つの変量 x，y からなるデータの組 $(x_1,\ y_1)$，$(x_2,\ y_2)$，……，$(x_n,\ y_n)$ について，

偏差の積 $(x_k-\overline{x})(y_k-\overline{y})$ の平均値を「共分散」といい，「s_{xy}」と表す。s_{xy} が正のときは正の相関があり，s_{xy} が負のときは負の相関がある。s_{xy} が0に近いときは，相関はない。

また，共分散 s_{xy} を，x，y の標準偏差 s_x，s_y の積 s_xs_y で割ったものを，x，y の「相関係数」といい，「r」で表す。

$-1 \leqq r \leqq 1$ であり，r の値が1に近いほど正の相関が強く，-1 に近いほど負の相関関係が強い。また，0に近いほど，相関関係は弱くなる。

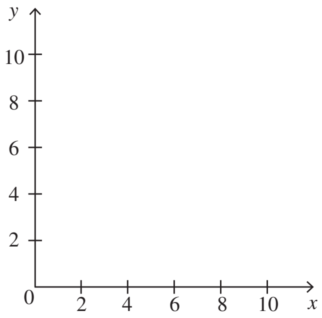
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

4

次の表は，２つの変量x，yからなるデータである。

x	3	2	7	6	8	4	9	1	3	7
y	8	9	5	4	1	6	2	7	5	3

＜散布図＞



(1)　散布図をかき，x，yの間に相関があるか調べよ。また，相関がある場合は，正，負のどちらの相関関係があると考えられるかを答えよ。

(2)　(1)の散布図から，このデータのxとyの相関係数rに最も近いものを次の①～④から１つ選べ。

①　-0.31　　②　-0.88　　③　0.25　　④　0.92

Point Pickup

散布図と相関関係

散布図における点の分布が

右上がりの直線に近い　→　正の相関がある

右下がりの直線に近い　→　負の相関がある

どちらの傾向もない　→　相関がない

相関係数 r

相関係数rの値が

１に近い　→　強い正の相関がある

-1に近い　→　強い負の相関がある

０に近い　→　相関が弱い（ない）

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第17講　確認テスト

1　次のデータは，10 人の生徒の小テストの得点である。

18，16，12，6，18，12，16，14，18，20　　（単位は点）

平均値は［アイ］点，中央値は［ウエ］点，最頻値は［オカ］点である。

2　次のデータ について，下の問いに答えよ。

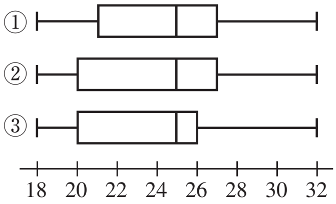
18，19，21，23，25，26，26，28，32

(1)　第 1 四分位数は Q_1 = ［キク］，第 2 四分位数は Q_2 = ［ケコ］，

第 3 四分位数は Q_3 = ［サシ］である。

(2)　このデータを箱ひげ図に表したものは右の図の［ス］である。

［ス］にあてはまるものを①～③から選べ。



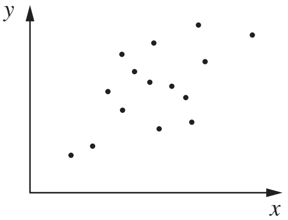
3　変量 x のデータ 11，13，7，11，13，11 について，平均値は $\bar{x}$ = ［セソ］，分散は s^2 = ［タ］，標準偏差は　s = ［チ］である。

4　右の散布図から，2 つの変量 x，y には［ツ］といえる。

［ツ］にあてはまるものを，下の①～③から選べ。

①　正の相関関係がある　　　②　負の相関関係がある

③　相関はみられない



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ Note }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

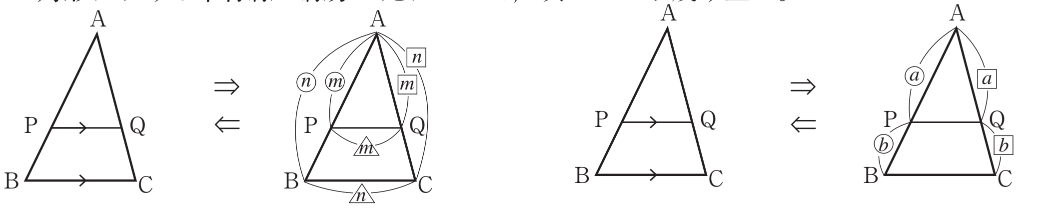
第18講　三角形と比

§1 ▶ 線分の内分・外分，角の二等分線と比

要点整理 と 公式

要点 1 平行線と比 その①

三角形における平行線と線分の比について，次のことが成り立つ。



PQ // BC　　AP：AB ＝ AQ：AC ＝ PQ：BC　　PQ // BC　　AP：PB ＝ AQ：QC

要点 2 線分の内分と外分

m，n を正の数とする。

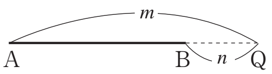
線分 AB 上に点 P があり，AP：PB ＝ $m:n$ が成り立つとき，

点 P は線分 AB を $m:n$ に「　　　」するという。

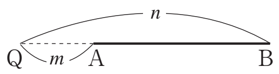
線分 AB の延長上に点 Q があり，AQ：QB ＝ $m:n$ が成り立つとき，

点 Q は線分 AB を $m:n$ に「　　　」するという。

$m>n$ のとき



$m<n$ のとき



（ex）線分 AB を 1：2 に内分する点

線分 AB を 4：1 に外分する点

線分 AB を 2：3 に外分する点

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

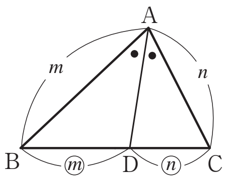
要点❸ 三角形の角の二等分線と比

三角形の角の二等分線について，次のことが成り立つ。

■三角形の角の二等分線と比

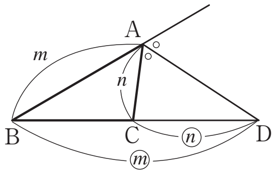
① △ ABC の∠A の二等分線と辺 BC との交点を D とすると，D は BC を AB：AC に内分する。

つまり　BD：DC ＝ AB：AC

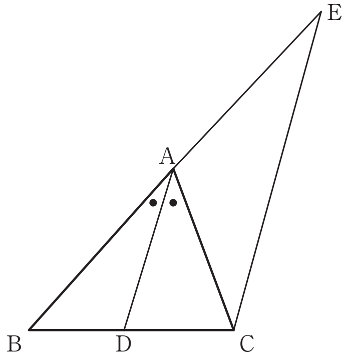


② △ ABC の∠A の外角の二等分線と辺 BC の延長線との交点を D とすると，D は BC を AB：AC に外分する。

つまり BD：DC ＝ AB：AC



＜①について＞



※上記②で，AB ＝ AC のときは，外角の二等分線は辺 BC と平行になる。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

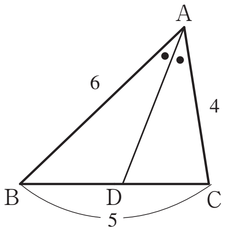
1

AB ＝ 6，BC ＝ 5，CA ＝ 4 の △ABC において，∠A の二等分線と辺 BC との交点を D とする。

(1)　辺 CD の長さを求めよ。

(2)　∠A の外角の二等分線が直線 BC と交わる点を E とする。BE：EC を求め，点 E を図示せよ。

(3)　CE の長さを求めよ。

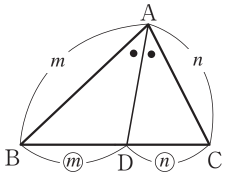


Point Pickup

角の二等分線と比

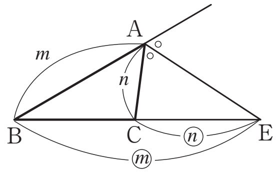
△ABC において

AD が∠A の二等分線のとき



BD：DC ＝ AB：AC

AE が∠A の外角の二等分線のとき



BE：EC ＝ AB：AC

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

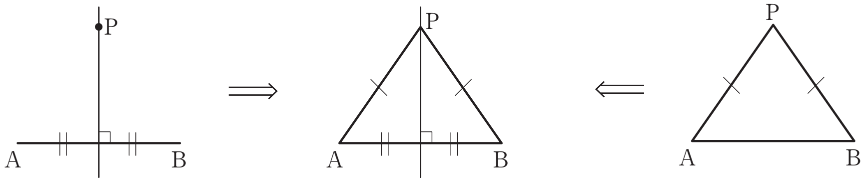
§2 ▶ 三角形の外心・内心

要点整理 と 公式

要点4 三角形の外心

線分 AB の垂直二等分線上の点 P は，2 点 A，B から等距離にある。

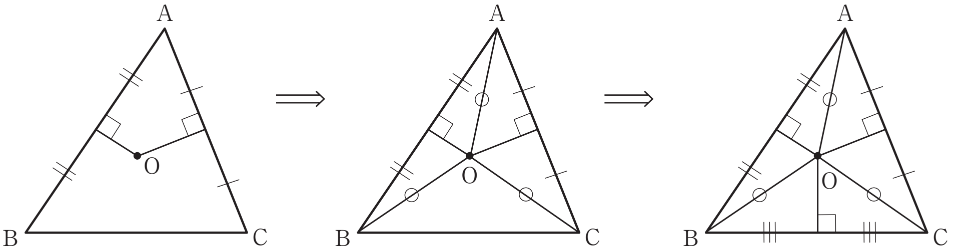
また，2 点 A，B から等距離にある点 P は，線分 AB の垂直二等分線上にある。



このことより，次のことがいえる。

■ 三角形の辺の垂直二等分線

三角形の 3 辺の垂直二等分線は 1 点で交わる。

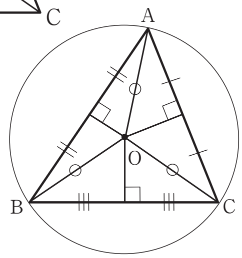


上の図の点 O について，OA ＝ OB ＝ OC より，

点 O を中心として 3 つの頂点を通る円をかくことができる。

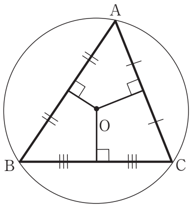
この円を三角形の「　　　　」といい，その中心 O を

「　　　」という。

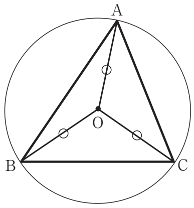


■ 三角形の外接円と外心

三角形の 3 つの頂点を通る円を「外接円」，その中心を「外心」という。



外心は 3 辺の垂直二等分線の交点



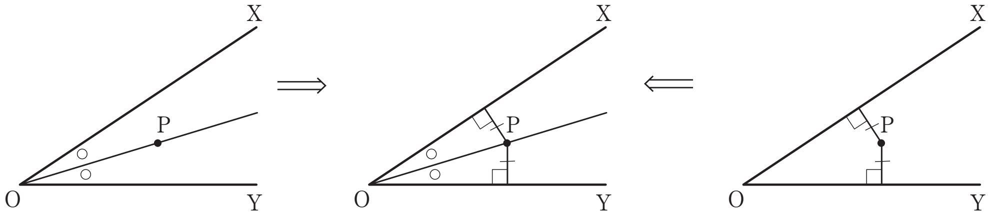
OA ＝ OB ＝ OC

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

要点５ 三角形の内心

∠XOY の二等分線上の点 P は，2 辺 OX，OY から等距離にある。

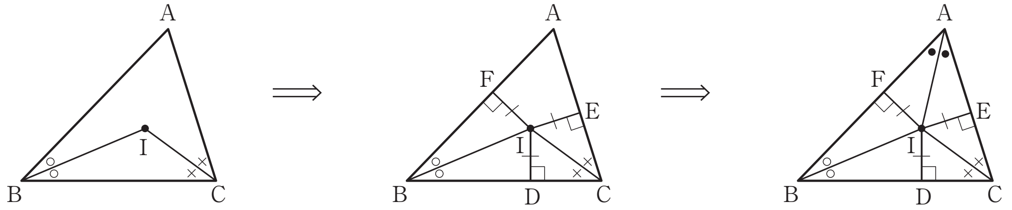
また，2 辺 OX，OY から等距離にある点 P は，∠XOY の二等分線上にある。



このことより，次のことがいえる。

■ 三角形の角の二等分線

三角形の 3 つの角の二等分線は 1 点で交わる。



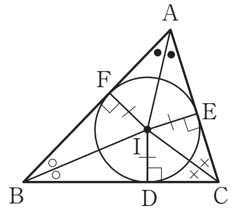
上の図の点 I について，ID ＝ IF ＝ IE より，

点 I を中心として 3 点 D，E，F を通る円をかくことができる。

この円は三角形の 3 辺に 3 点 D，E，F で接している。

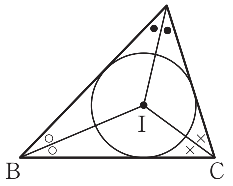
この円を三角形の「　　　　」といい，その中心 I を

「　　　」という。



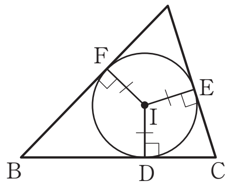
■ 三角形の内接円と内心

三角形の 3 つの辺に接する円を「内接円」，その中心を「内心」という。



内心は

3 つの角の二等分線の交点



ID ＝ IF ＝ IE

ID ⊥ BC，IE ⊥ CA，IF ⊥ AB

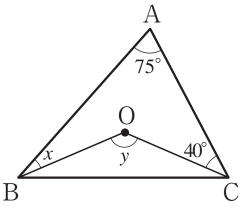
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2

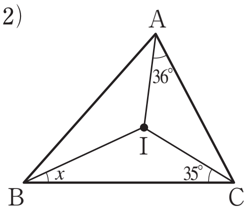
下の図において，点Oは△ABCの外心，点Iは△ABCの内心である。

x，yを求めよ。

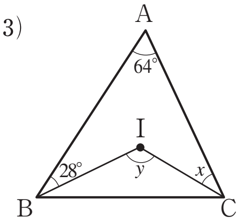
(1)



(2)



(3)

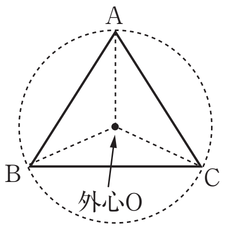


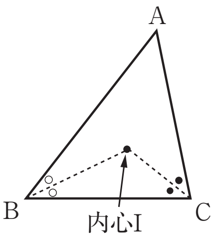
Point Pickup

三角形の外心・内心

三角形の外心　→　外接円をかき，半径や円周角および中心角を意識

三角形の内心　→　角の二等分線を意識し，等しい角に注目





©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

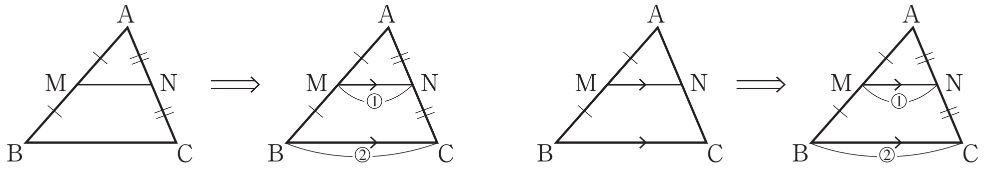
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§3 ▶ 三角形の重心

要点整理 と 公式

要点6 中点連結定理

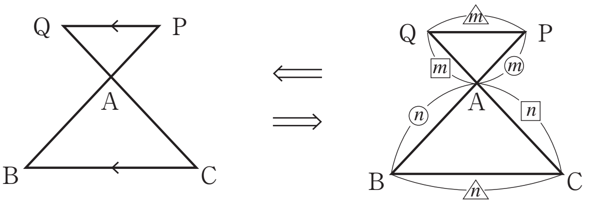
三角形の 2 辺の中点を結んだ線分について，次のことが成り立つ。



辺 AB の中点を M　　MN // BC　　辺 AB の中点を M　　N は辺 AC の中点
辺 AC の中点を N　　MN：BC ＝ 1：2　　MN // BC　　MN：BC ＝ 1：2

要点7 平行線と比 その②

三角形における平行線と線分の比について，右のことが成り立つ。



PQ // BC　　　AP：AB ＝ AQ：AC ＝ PQ：BC

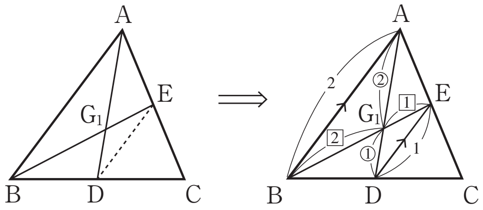
要点8 三角形の重心

三角形の頂点とその対辺の中点を結んだ線分を「中線」という。

△ABC において，中線 AD と中線 BE の交点を G_1 とすると，中点連結定理より，AB // DE かつ

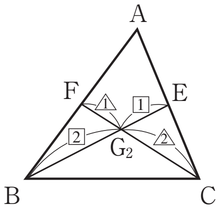
AB：DE ＝ 2：1

よって，$AG_1：G_1D ＝ BG_1：G_1E ＝ 2：1$



同様に，△ABC において，中線 BE と中線 CF の交点を G_2 とすると，

$CG_2：G_2F ＝ BG_2：G_2E ＝ 2：1$



G_1，G_2 はともに中線 BE を 2：1 に内分する点より，この 2 点は一致する。

よって，3 本の中線は 1 点で交わり，その交点は各中線を 2：1 に内分する。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

このことより，次のことがいえる。

■ 三角形の中線

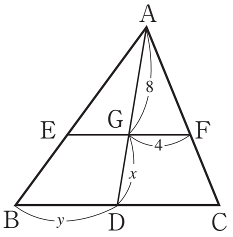
三角形の 3 本の中線は 1 点で交わり，その交点は各中線を 2：1 に内分する。

三角形の 3 本の中線の交点を，三角形の「　　　」という。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3

下の図において，点G は△ABC の重心で，EF∥BC である。x，y の値を求めよ。

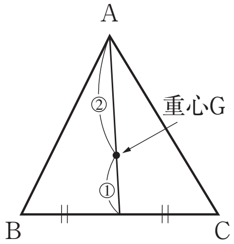


Point Pickup

三角形の重心

・三角形の重心　→　中線を 2：1 に内分する。

・三角形の重心と頂点を結ぶ直線は，その頂点の対辺の中点を通る。



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛解答｝

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§4 チェバの定理，メネラウスの定理

要点整理 と 公式

要点9 三角形の面積と線分の比

2つの三角形の面積について，次のことがいえる。

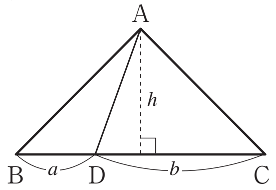
① 高さが等しい2つの三角形の面積の比は，底辺の比に等しい

② 底辺の長さが等しい2つの三角形の面積の比は，高さの比に等しい

(ex) 右図において，2つの△ABDと△ACDは

高さがともに h であることから

△ABD：△ACD = 　　　：



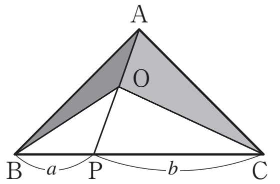
②より，次のことが成り立つ。

■ 三角形の面積と線分の比

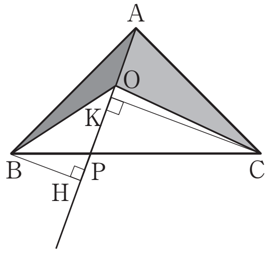
△ABCの内部にある点をOとし，直線AOと

辺BCの交点をPとすると，

△ABO：△ACO = BP：CP　　が成り立つ。



△ABO：△ACO = a：b



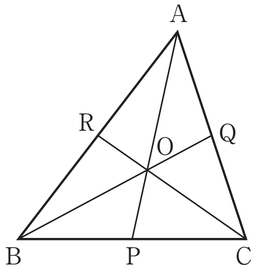
要点10 チェバの定理

右図の三角形において，次の①～③が成り立つ。

BP：PC = △OAB：△OAC　よって $\dfrac{BP}{PC}=\dfrac{\triangle OAB}{\triangle OAC}$ …①

CQ：QA =△OBC：△OAB　よって $\dfrac{CQ}{QA}=\dfrac{\triangle OBC}{\triangle OAB}$ …②

AR：RB =△OCA：△OCB　よって $\dfrac{AR}{RB}=$ 　　　…③



①，②，③を辺々かけて

$$\frac{BP}{PC}\cdot\frac{CQ}{QA}\cdot\frac{AR}{RB}=\frac{\triangle OAB}{\triangle OAC}\cdot\frac{\triangle OBC}{\triangle OAB}\cdot\frac{\triangle OAC}{\triangle OBC}$$

が成り立つ。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

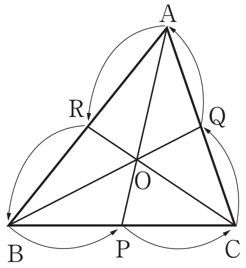
よって，三角形とその内部の1点について以下のことがいえる。

■ **チェバの定理**

△ABCの辺BC，CA，AB上にそれぞれ点P，Q，Rがあり，

3直線AP，BQ，CRが1点Oで交わるとき

$$\frac{BP}{PC}\cdot\frac{CQ}{QA}\cdot\frac{AR}{RB}=1$$



要点11 メネラウスの定理

三角形と1本の直線について，以下のことがいえる。

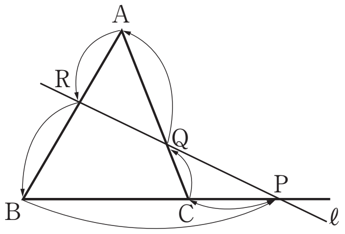
■ **メネラウスの定理**

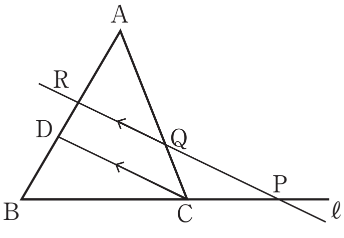
△ABCの辺BC，CA，ABまたはその延長したものと，

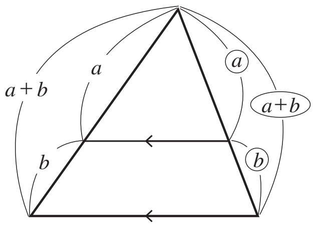
頂点を通らない直線ℓがそれぞれ点P，Q，Rで

交わるとき

$$\frac{BP}{PC}\cdot\frac{CQ}{QA}\cdot\frac{AR}{RB}=1$$







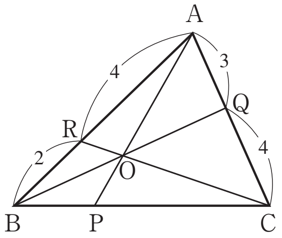
$$\frac{BP}{PC}=\frac{BR}{RD},\quad\frac{CQ}{QA}=\frac{DR}{RA}$$

よって　$\frac{BP}{PC}\cdot\frac{CQ}{QA}\cdot\frac{AR}{RB}=\frac{BR}{RD}\cdot\frac{DR}{RA}\cdot\frac{AR}{RB}=1$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

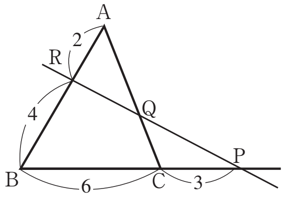
4

［1］　右の図において，BP：PC を求めよ。

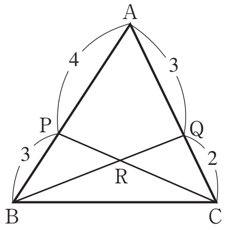


［2］　下の図において，次の比を求めよ。

（1）　CQ：QA



（2）　PR：RC



Point Pickup

チェバの定理・メネラウスの定理

図１，図２ともに　$\dfrac{BP}{PC}\cdot\dfrac{CQ}{QA}\cdot\dfrac{AR}{RB}=1$　が成り立つ。

チェバの定理

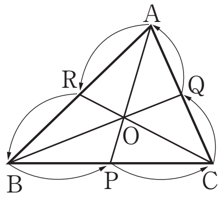
⇒　三角形の「３頂点から引いた直線が１点で交わる」ときに利用。

メネラウスの定理

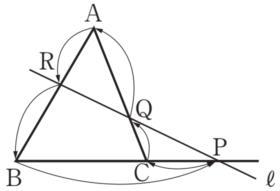
⇒　「三角形と直線１本」が基本。

また，「２頂点から引いた割線」が互いに他を分ける比に関する問題でも利用。

＜図１＞



＜図２＞



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

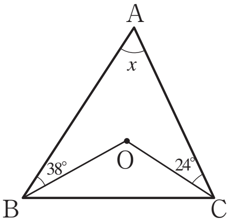
第18講　確認テスト

1 AB = 6，BC = 5，CA = 4 の △ABC において，∠Aの二等分線と辺 BC との交点をD，∠Aの外角の二等分線が直線BC と交わる点をE とする。

このとき，CD = [ア]，CE = [イウ] である。

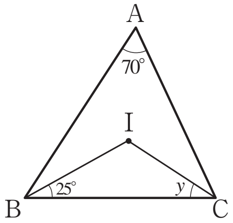
2 下の図において，点 O は △ABC の外心，点 I は △ABC の内心である。x，y を求めよ。

(1)



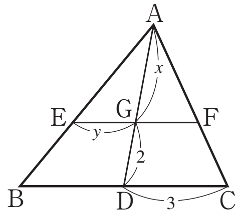
x = [エオ]°

(2)



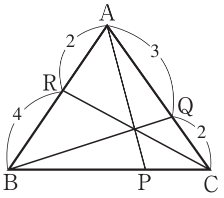
y = [カキ]°

3 右の図において，点 G は △ABC の重心であり，EF // BC である。このとき x = [ク]，y = [ケ] である。



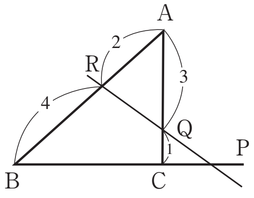
4 下の図で，BP：PC を求めよ。

(1)



BP：PC = [コ]：[サ]

(2)



BP：PC = [シ]：[ス]

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ Note }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

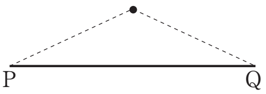
第19講　三角形の辺と角，円

§1 三角形の辺と角

要点整理 と 公式

要点 1　三角形の 3 辺の大小関係

2 点P，Q 間の最短距離は，線分 PQ の長さである。

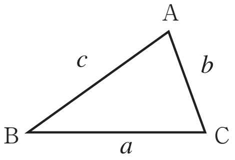


よって，以下のことがいえる。

■ **三角形の 3 辺の大小関係**

三角形において，ある 1 辺の長さは，

他の 2 辺の長さの和より小さい。

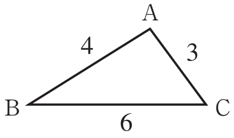


つまり右上の図で，$a < b + c$，$b < c + a$，$c < a + b$ であることがわかる。

また，3 つの正の数 a，b，c において a が最大のとき，3 辺の長さを a，b，c とする三角形が存在するための条件は　$a < b + c$　である。

(ex) $a = 6$，$b = 3$，$c = 4$ のとき，$a < b + c$ が成り立つので

3 辺の長さを a，b，c とする三角形が存在する。



※一般に 3 つの正の数 a，b，c において，3 辺の長さを a，b，c とする三角形が存在するための条件は $|b - c| < a < b + c$ である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

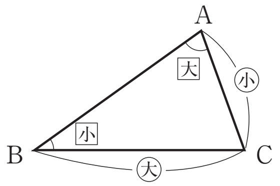
要点❷ 三角形の辺と角の大小関係

一般に，三角形の辺と角の大小について，次のことがいえる。

■ 三角形の辺と角の大小関係

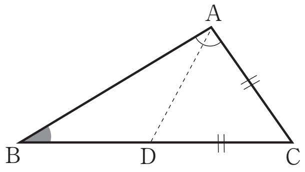
△ABC において，

$$BC > AC \iff \angle A > \angle B$$



△ABC において，BC ＞ AC のとき，

辺 BC 上に CD = CA となる点 D をとる。



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

1

［1］ 次の長さの線分を3辺とする三角形が存在するかどうかを調べよ。

(1) 5，12，15　　　(2) 6，3，2

［2］ (1) AB = 4, BC = 5, CA = 7 である△ABC において，3つの角 ∠A，∠B，∠Cのうちもっとも大きいものを答えよ。

(2) $\angle A = 60^\circ$，$\angle B = 40^\circ$ である△ABC において，3辺 AB，BC，CA のうちもっとも大きいものを答えよ。

Point Pickup

三角形の成立条件

$|b - c| < a < b + c$ が成り立つとき，a，b，c を3辺とする三角形が存在する。

特に a が最大のとき，$a < b + c$ が成り立てば存在する。

三角形の辺と角の大小関係

三角形において，辺の大小とその対角の大小は一致する。

特に，最大辺の対角は最大角，最大角の対辺は最大辺である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

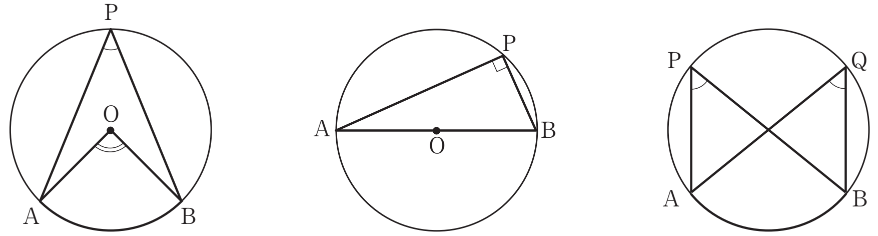
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§2 円に内接する四角形

要点整理 と 公式

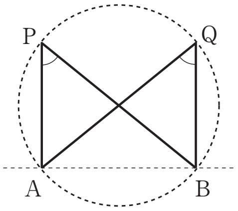
要点 3 円周角の定理とその逆

＜円周角の定理＞



$\angle APB = \dfrac{1}{2}\angle AOB$　　$\angle APB = 90^\circ$　　$\angle APB = \angle AQB$

＜円周角の定理の逆＞

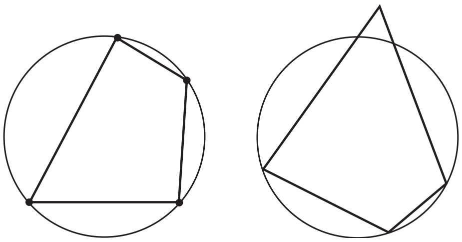


点 P，Q が直線 A，B の同じ側にあるとき

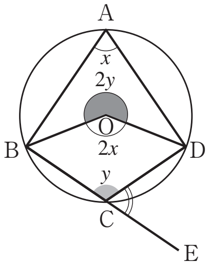
$\angle APB = \angle AQB$

⇒　4 点 A，B，P，Q が同一円周上にある。

要点 4 円に内接する四角形



四角形の 4 つの頂点が 1 つの円周上にあるとき，
その四角形は円に内接するという。
三角形は必ず円に内接するが，四角形は
必ずしも円に内接するとは限らない。



円に内接する四角形 ABCD において $\angle BAD = x$，$\angle BCD = y$ とおくと，

右図より　$2x + 2y = 360^\circ$　よって　$x + y = 180^\circ$ …①

つまり　$\angle BAD + \angle BCD = 180^\circ$　である。

また，$\angle ECD = 180^\circ - y$　①より　$180^\circ - y = x$

よって　$\angle ECD = x$　つまり　$\angle ECD = \angle BAD$　である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

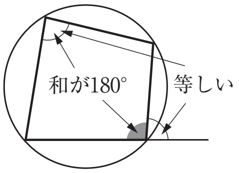
以上より，次のことがいえる。

円に内接する四角形

円に内接する四角形において

① 対角の和は 180° である。

② 内角は，その対角の外角に等しい。

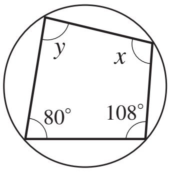


©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

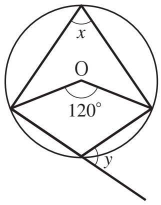
2

［1］　下の図において，x，y を求めよ。

(1)

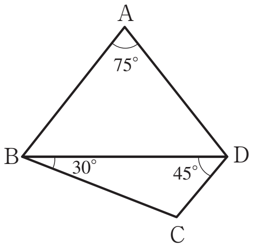


(2)

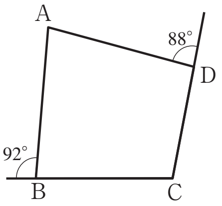


［2］　下の四角形 ABCD のうち，円に内接するものを答えよ。

①



②

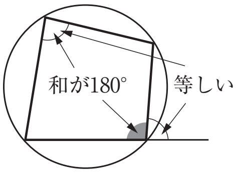


Point Pickup

円に内接する四角形

①　(対角の和)＝180°

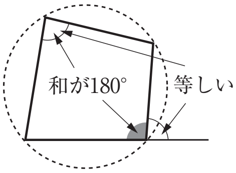
②　(ある内角)＝(その対角の外角)



四角形が円に内接する条件

①　(1 組の対角の和)＝180°

②　(ある内角)＝(その対角の外角)



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§3 円と接線

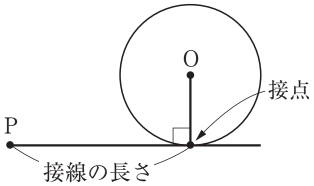
要点整理 と 公式

要点5 円の接線と接線の長さ

円の接線は，接点を通る半径に「　　　　」である。

また，円外の1点から円に接線を引いたとき，

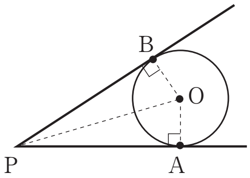
その点から接点までの距離を「 接線の長さ 」という。



右図のように，円外の1点から円Oに対して

2本の接線を引くことができる。このとき，

△PAO≡△PBOであることよりPA = PBである。

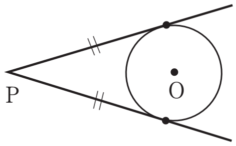


■ 接線の長さ

円外の1点からその円に引いた

2本の接線について，

2つの接線の長さは等しい。

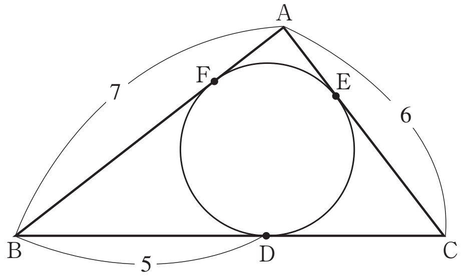


(ex) 右図において，D，E，Fは

△ABCとその内接円の接点である。

このとき，CDの長さは

CD =　　　である。



要点6 接線と弦の作る角

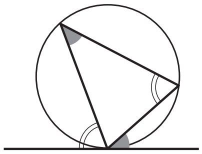
円の接線と弦の作る角について，次のことが成り立つ。

■ 接線と弦の作る角

円の接線とその接点を通る弦の

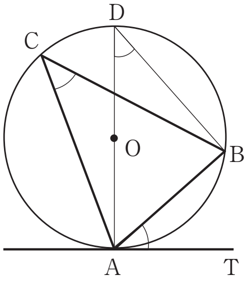
つくる角は，その角の内部にある

弧に対する円周角に等しい。



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

下図で，∠BAT が鋭角のとき

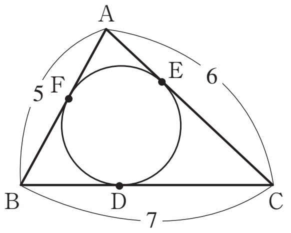


∠BAT が直角・鈍角の場合も同様に成り立つ。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

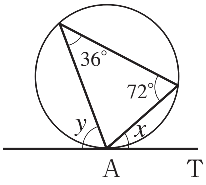
3

［1］　右図のように，△ABC に円が各辺に接していて D，E，F は接点である。AB = 5，BC = 7，CA = 6 のとき，AF の長さを求めよ。

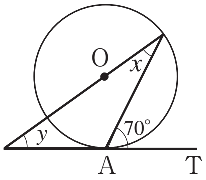


［2］　次の図において，直線 AT は円 O の接線，点 A は接点である。x，y を求めよ。

(1)



(2)



Point Pickup

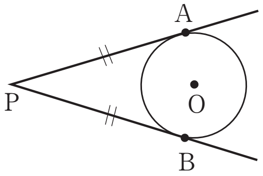
接線の長さ

右図で，PA = PB　である。

・ある円に 2 本(以上)の接線が引いてあるとき

・円が内接している三角形の辺の長さ

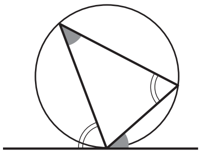
などに注目



接弦定理(接線と弦の作る角)

円の接線と，その接点を 1 つの頂点とする

三角形があるときに注目



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛解答｝

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§4 ▶ 方べきの定理

要点整理 と 公式

要点7 相似な三角形と方べきの定理

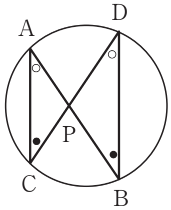
右図①，②において，

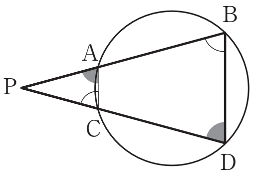
△PAC ∽ △PDB より　PA：PD = PC：PB

よって，

　PA・PB = PC・PD

が成り立つ。

①


②


PA・PB は，点 P を通る直線 ℓ と円との交点を A，B としたとき

線分 PA と線分 PB の「　　　　　」であり，

PC・PD は，点 P を通る直線 m と円との交点を C，D としたとき

線分 PC と線分 PD の「　　　　　」である。

つまり，点 P から 2 つの交点までの長さの積(これを「方べき」という)が，直線の引き方によらず同じ値(一定)である。

このことから，以下のことが成り立つ。

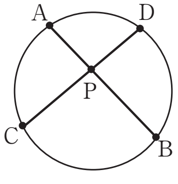
■ **方べきの定理(1)**

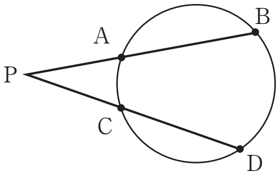
点P を通る 2 直線が，円 とそれぞれ

2 点 A，B と2 点 C，D で交わるとき

　PA・PB = PC・PD

が成り立つ。



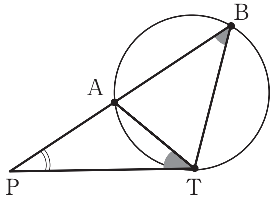


©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

また，右図において，

△PTA ∽ △PBT より　PT：PB = PA：PT

よって　$PA \cdot PB = PT^2$　が成り立つ。



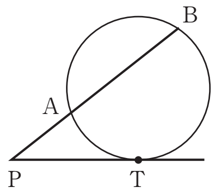
したがって，以下のことが成り立つ。

■ **方べきの定理(2)**

点 P を通る 2 直線のうち，1 つの直線が円と 2 点 A，B で交わり，もう 1 つの直線が円と点 T で接するとき

$$PA \cdot PB = PT^2$$

が成り立つ。

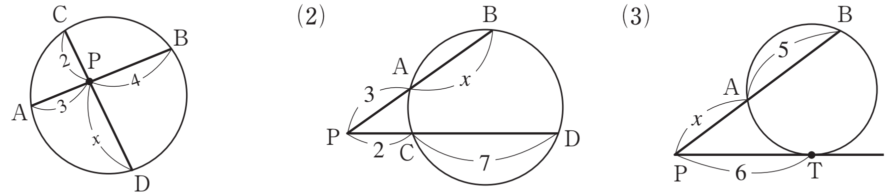


©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

4

次の図において，x を求めよ。ただし，点 T は接点とする。

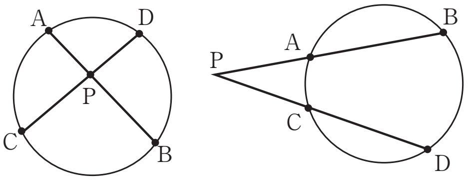
(1) (2) (3)



Point Pickup

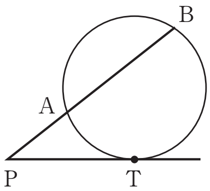
方べきの定理

円と 2 点で交わる 2 直線



PA・PB = PC・PD

円と 2 点で交わる直線と接線



PA・PB = PT^2

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

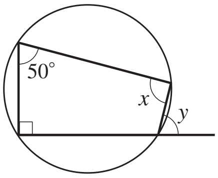
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第19講　確認テスト

1　AB = 3，BC = 2，CA = 4 である △ABC において，3 つの内角のうちもっとも大きいものは [ア] である。[ア] にあてはまるものを下の①～③から選べ。

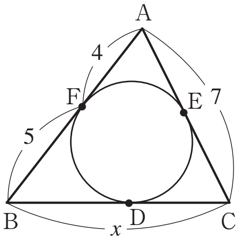
①　∠A　　　②　∠B　　　③　∠C

2　右の図で，x = [イウ]°，y = [エオ]° である。



3　次の図で，x，y の値を求めよ。

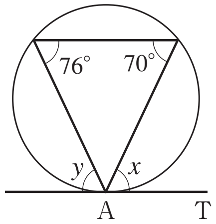
(1)



点 D，E，F は接点とする。

x = [カ]

(2)

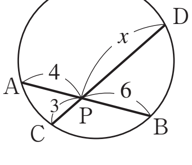


点 A は接点とする。

x = [キク]°，y = [ケコ]°

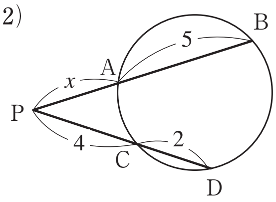
4　次の図で，x の値を求めよ。

(1)



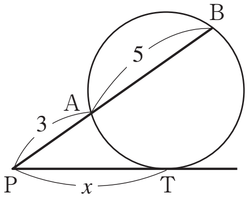
x = [サ]

(2)



x = [シ]

(3)



点 T は接点とする。

x = [ス]$\sqrt{[セ]}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ Note }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第20講　図形の性質と作図，空間図形

§1　2つの円の位置関係と共通接線

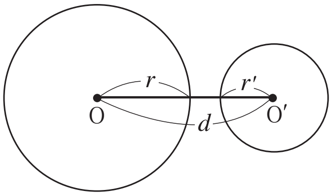
要点整理 と 公式

要点 1　2つの円の位置関係

2つの円の位置関係は，それぞれの円の半径と，中心間の距離で決まる。

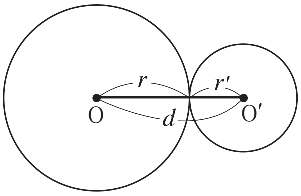
円 O，円 O′の半径をそれぞれ r，r'（$r > r'$），中心間の距離を d とすると，2つの円 O，O′の位置関係には次の5通りの場合がある。

①　互いに外部にある



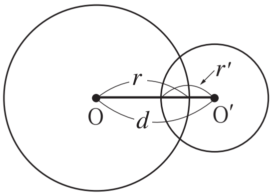
$d > r + r'$

②「　　　」する



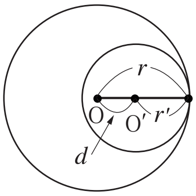
「　　　　　」

③　2点で交わる



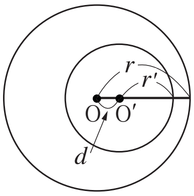
$r - r' < d < r + r'$

④「　　　」する



「　　　　　　　」

⑤ 一方が他方の内部にある



$d < r - r'$

②と④は，2つの円がただ1点を共有しており，その共有点を「接点」という。

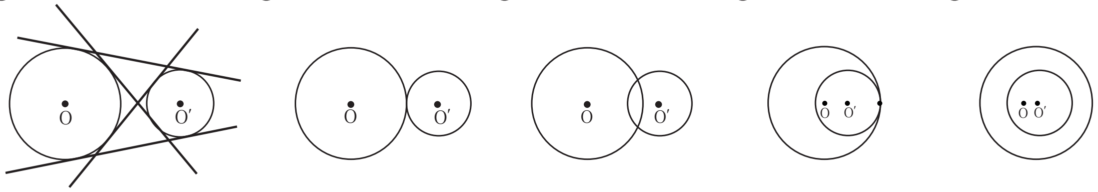
また，2つの円の接点は，2つの円の中心を通る直線上（中心線上）にある。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

要点❷ ２つの円の共通接線

1 つの直線が 2 つの円の両方の接線となっているとき，この接線を共通接線という。

①　②　③　④　⑤



共通接線の本数は

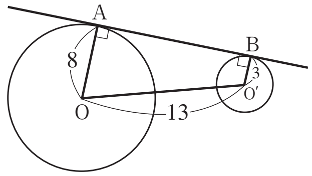
①のとき 4 本，②のとき　　本，③のとき　　本，④のとき　　本，⑤のとき　　本 である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

1

(1)　2 円 O，O′ の半径をそれぞれ 3，6，中心間の距離を 9 とする。2 円 O，O′ の位置関係と，共通接線の本数を答えよ。

(2)　右の図で，直線 AB は 2 つの円の共通接線で，A，B は接点である。線分 AB の長さを求めよ。



Point Pickup

2 円の位置関係と共通接線の本数

⇒　2 円の半径と，中心間の距離で決定

特に，2 円が「外接」 ⟺ （中心間の距離）＝（半径の「和」）

「内接」 ⟺ （中心間の距離）＝（半径の「差」）

共通接線の接点間の距離

接点において，接線と半径は垂直。その半径に対し，他方の円の中心から垂線を下ろすと，長方形と直角三角形ができる。

これを利用し，三平方の定理で接点間の距離を求めることができる。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§2 ▶ 作図

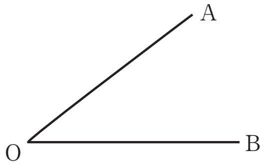
要点整理 と 公式

要点3 基本的な作図

「作図」… 与えられた 2 点を通る直線を引く「定規」と，与えられた 1 点を中心として，与えられた半径の円をかく「コンパス」だけを用いて，条件を満たす図形をかくこと。

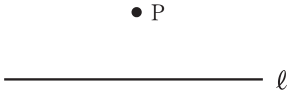
＜線分 AB の垂直二等分線＞

＜∠ AOB の二等分線＞



＜点 P を通り，ℓ に垂直な直線＞

点 P が直線 ℓ 上にないとき

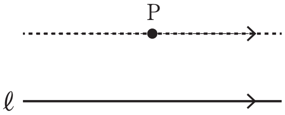


点 P が直線 ℓ 上にあるとき

要点4 平行線の作図

直線 ℓ 上にない点 P を通り，

ℓ に平行な直線を作図する方法を考える。

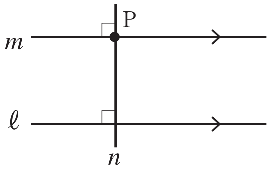


2 つの平行線 ℓ，m があるとき，直線 ℓ と垂直な直線は，

直線 m とも垂直である。

よって，点 P を通り直線 ℓ に垂直な直線 n をひき，

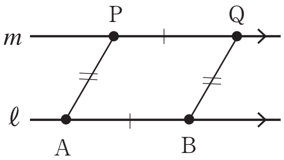
点 P を通り直線 n に垂直な直線をひけばよい。



他にも，直線 ℓ 上に適当な 2 点 A，B をとり，

四角形 ABQP が平行四辺形になるような点 Q を

作図で求める方法などがある。



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ メモ }

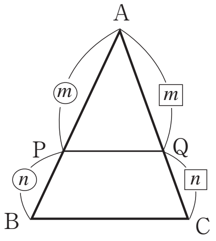
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2

右図において，PQ // BC ならば　AP：PB = AQ：QCである。

このことを利用して，線分 AB を 2：3に内分する点を

作図せよ。



Point Pickup

線分 AB を m：n に内分する点の作図

⇒　線分 AB とは別の直線上に m：n に内分する点をとる。

$(m+n)$等分する点をコンパスで取るとよい。

その後，平行線と線分の比の性質を用いて，m：n となる点を線分 AB 上にとる。平行線の作図が必要。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

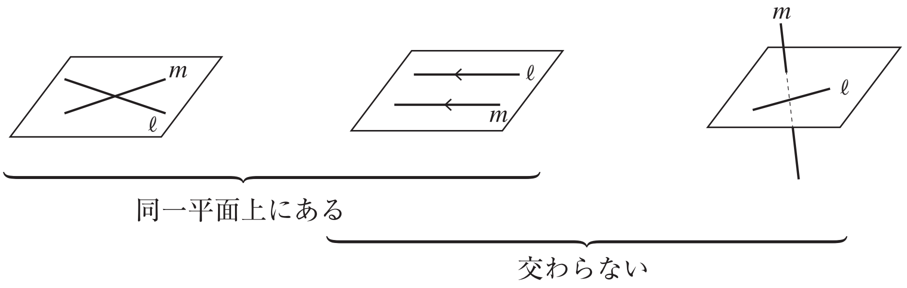
§3 ▶ 直線と平面

要点整理 と 公式

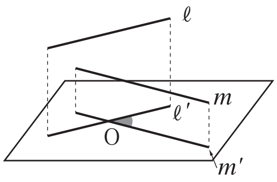
要点5 2直線の位置関係となす角

空間における 2 直線 ℓ ，m の位置関係は，以下の 3 つ。

① 1 点で交わる　　② 平行である　　③ ねじれの位置にある



③の場合について，空間内の 1 点 O を通り ℓ，m に平行な直線をそれぞれ ℓ'，m' とすると，ℓ'，m' は同一平面上にある。このとき，ℓ'，m' のなす角を「2 直線 ℓ，m のなす角」という。



2 直線 ℓ，m のなす角が 90° のとき，ℓ と m は「　　　」であるといい，ℓ　　　m と書く。

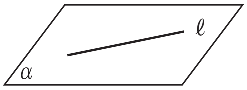
ℓ と m が垂直かつ交わるとき，ℓ と m は「　　　」するという。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

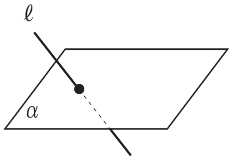
要点６ 直線と平面の位置関係

空間における直線 ℓ と平面 α の位置関係は，以下の３つ。

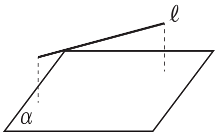
① ℓ が α 上にある



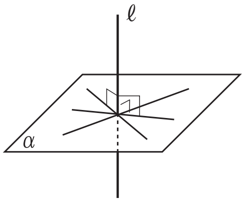
② １点で交わる



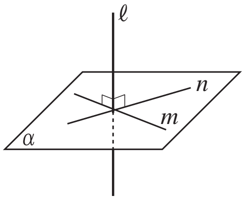
③ 平行である（$\ell \parallel \alpha$）



②において，直線 ℓ が平面 α 上のすべての直線に垂直であるとき，ℓ は α に「　　　」である（平面 α と直交する）といい，ℓ 　　 α とかく。またこのとき，直線 ℓ を平面 α の「　　　」という。



直線 ℓ が，平面 α 上の交わる２直線 m，n に垂直ならば，直線 ℓ は平面 α に垂直である。



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3

右図の立方体について，次の問いに答えよ。

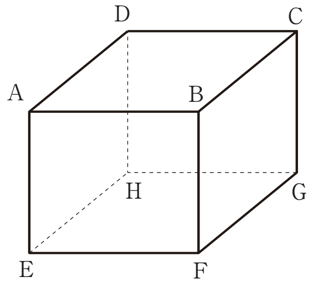
(1)　辺 AB と直交する辺を求めよ。

(2)　辺 AB と垂直な辺を求めよ。

(3)　辺 AB とねじれの位置にある辺を求めよ。

(4)　2 直線 AB，EG のなす角 θ を求めよ。
ただし，$0° \leqq \theta \leqq 90°$ とする。

(5)　辺 AB と垂直な面を答えよ。



Point Pickup

空間における 2 直線のなす角

⇒　直線を平行移動させ，同一平面上で考える。
また，「直交」と「垂直」の違いに注意。

直線と平面が垂直になるための条件

⇒　平面上の交わる 2 つの直線に垂直

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§4 ▶ 多面体

要点整理 と 公式

要点 7 多面体

「多面体」… 平面だけで囲まれた立体

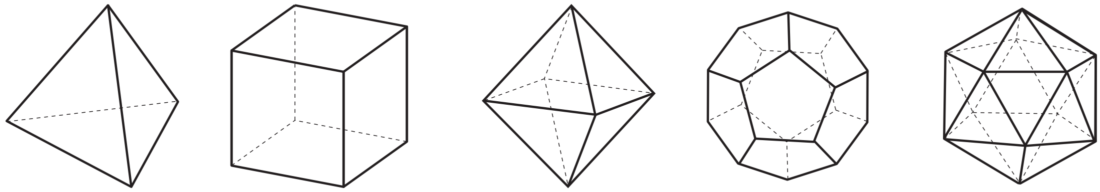
(ex) 直方体　　立方体　　三角柱　　四角錐

へこみのない多面体のうち，次の２つの条件をともに満たすものを「正多面体」という。

① どの面もすべて合同な正多角形である

② どの頂点にも同じ数の面が集まっている

正多面体は，次の５種類しかない。



正四面体　正六面体　正八面体　正十二面体　正二十面体

へこみのない多面体について，次のことが成り立つ。

■ **オイラーの多面体定理**

多面体の頂点の数を v，辺の数を e，面の数を f とすると

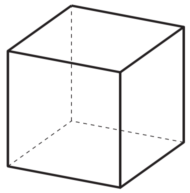
$$v-e+f=2$$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛メモ｝

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

4

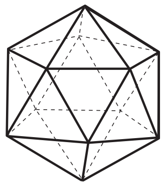


正六面体(立方体)の面の数は6個である。

その1面に関して，頂点の数は4個ある。

ここで，1つの頂点につき，面は3個ずつ集まっていることから，

頂点の数は $\dfrac{4\times6}{3}=8$（個）と求めることができる。



(1) 右図は正二十面体である。この図と上の考え方を参考に，
　正二十面体の頂点の数を求めよ。

(2) 正二十面体の辺の数を求めよ。

(3) 正二十面体について，オイラーの多面体定理が成り立つことを確かめよ。

Point Pickup

正多面体の頂点や辺の数

正多面体を正確に書くことが難しいとき，その頂点の数について

（面ごとの頂点の個数）×（面の数）÷（重複度合い）

で求めることができる。辺の数も同様。

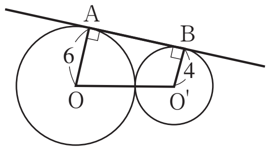
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

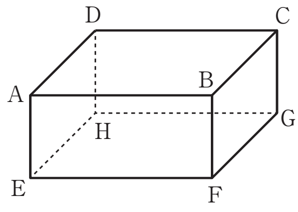
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第20講　確認テスト

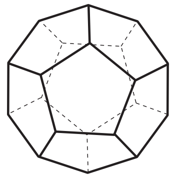
1 右の図で，直線 AB は 2 つの円O，O′ の共通接線で，
A，B は接点である。O，O′ が外接しているとき，
OO′ = [アイ]，AB = [ウ] $\sqrt{[エ]}$ である。



2 右の直方体において，辺 AB と垂直な辺は [オ] 本，
辺 AB とねじれの位置にある辺は [カ] 本ある。
また，AB = $\sqrt{3}$，AD = 1 のとき，AC = [キ] であり，
このとき辺 AD と線分 EG のなす角は [クケ]° である。



3 正多面体は全部で [コ] 種類しかないことが知られている。
正十二面体の頂点の数は [サシ]，辺の数は [スセ] である。



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ Note }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第21講　約数と倍数

§1 約数と倍数

要点整理 と 公式

要点1 約数と倍数

整数 { 正の整数(自然数)　1, 2, 3, ……
0
負の整数　－1, －2, －3, …… }

2つの整数 a, b について，ある整数 k を用いて $a = bk$ と表されるとき，

a は b の「倍数」（a は b で割り切れる）

b は a の「約数」

という。

(ex) $6 = 2 \cdot 3$ より，

6は2の「　　」であり，2は6の「　　」である。

6は3の「　　」であり，3は6の「　　」である。

また，$6 = (-2) \cdot (-3)$ より，6は -2, -3 の倍数であり，-2, -3 は6の約数である。

(ex) $10 = 1 \cdot \quad = 2 \cdot \quad$ より10の約数は ± 1, ± 2, ± 5, ± 10 である。

1と－1はすべての整数の約数となる。

また，0はすべての数の倍数となる。

(ex) 3の倍数は，　, ± 3, ± 6, ……

とくに，2の倍数を「偶数」，2の倍数でない数を「奇数」という。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

要点２ 倍数の判定法

ある自然数が，どのような自然数の倍数かを判定する方法のうち，主なものは以下。

■ 倍数の判定法

2 の倍数 …「 一の位 」が 2 の倍数（0，2，4，6，8）

5 の倍数 …「 一の位 」が 5 の倍数（0，5）

4 の倍数 …「 下 2 桁 」が 4 の倍数

3 の倍数 …「 各位の数の和 」が 3 の倍数

9 の倍数 …「 各位の数の和 」が 9 の倍数

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

1

［1］ (1) 24 の正の約数をすべて求めよ。

(2) 15 の正の倍数を小さいものから 5 個求めよ。

［2］ (1) 3 桁の自然数 N について，百の位，十の位，一の位をそれぞれ a, b, c とするとき，$a+b+c$ が 3 の倍数ならば N は 3 の倍数になることを説明せよ。

(2) 5 桁の自然数 2854□ が 3 の倍数かつ 5 の倍数であるとき，□ に入る数字を求めよ。

Point Pickup

○の倍数であることの証明

$\Longrightarrow$　○×(整数)の形にする。

倍数の判定法

2 の倍数，5 の倍数　$\Longrightarrow$　「一の位」が 2 の倍数，5 の倍数

3 の倍数，9 の倍数　$\Longrightarrow$　「各位の数の和」が 3 の倍数，9 の倍数

4 の倍数　$\Longrightarrow$　「下 2 桁」が 4 の倍数

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§2 ▶ 素因数分解と約数

要点整理 と 公式

要点3 素数と素因数分解

「素数」… 1 とその数自身以外に正の約数がない自然数。つまり正の約数が 2 個のみの数。

(ex) 2, 3, 5, 7, 11, 13, ……

「合成数」… 2 以上の自然数で，素数ではない数。

(ex) 4, 6, 8, 9, 10, 12, ……

※ 1 は素数でも合成数でもない。

「因数」… ある整数がいくつかの整数の「積」で表されるとき，積をつくる 1 つ 1 つの数。

「素因数」… 因数のうち，素数のもの。

ある自然数を素数だけの積で表すことを「素因数分解」するという。

(ex) $12 = 4 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3$

※合成数は必ず素因数分解できる。その結果は，積の順序を考えなければただ 1 通りである。

要点4 約数と素因数分解

$12 = 1 \cdot 12 = 2 \cdot 6 = 3 \cdot 4$　より　12 の正の約数は 1, 2, 3, 4, 6, 12 の 6 個である。

この約数の個数を，素因数分解を用いて求めることができる。

12 を素因数分解すると　$12 = 2^2 \cdot 3$ となる。

よって，12 の正の約数は，素因数 2 を最大で 2 個，素因数 3 を最大で 1 個もつ数である。

例えば，約数 6 は　$2^1 \cdot 3^1$，約数 3 は $2^0 \cdot 3^1$　である。　($a^0 = 1$　と考える)

つまり，12 の約数は

2 を 0, 1, 2 回，　3 を 0, 1 回

かけることで得られ，その個数は「積の法則」(数学 A)により　$3 \times 2 = 6$ (個)である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

このことより，次のことがいえる。

■正の約数の個数

自然数Nが$N = p^a q^b r^c$ …… と素因数分解されるとき

Nの正の約数の個数は$(a+1)(b+1)(c+1)$ ……

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2

(1)　$\sqrt{1400n}$ が自然数となるような最小の自然数 n を求めよ。

(2)　150 の正の約数の個数を求めよ。また，150 の正の約数の総和を求めよ。

Point Pickup

正の約数の個数

自然数が $p^a q^b r^c$ …… のように素因数分解されるとき

その約数の個数は　$(a+1)(b+1)(c+1)$ ……

正の約数の総和

自然数が $p^a q^b r^c$ …… のように素因数分解されるとき

その約数の総和は

$(1+p^1+p^2+\cdots\cdots+p^a)(1+q^1+q^2+\cdots\cdots+q^b)(1+r^1+r^2+\cdots\cdots+r^c)\cdots\cdots$

で計算できる。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§3 ▶ 最大公約数と最小公倍数

要点整理 と 公式

要点 5 最大公約数と最小公倍数

2 つ以上の整数について

「最大公約数」… 共通する約数（公約数）のうち最大のもの

「最小公倍数」… 共通する倍数（公倍数）のうち正で最小のもの

要点 6 最大公約数と最小公倍数の求め方

最大公約数・最小公倍数を求めるとき，素因数分解が利用できる。

24，36，90 について，

$24 = 2^3 \cdot 3$　　$36 = 2^2 \cdot 3^2$　　$90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$　と素因数分解される。

24，36，90 の最大公約数については，素因数分解されたそれぞれの素因数のうち，

3 つに共通で指数が最小のものを選んで，その積を求める。

$24 = 2^3 \cdot 3$

$36 = 2^2 \cdot 3^2$

$90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$

$2 \cdot 3 = 6$　　よって最大公約数は　6

（検算）

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 24 & 36 & 90 \\ \hline 3 & 12 & 18 & 45 \\ \hline & 4 & 6 & 15 \end{array}$$

24，36，90 の最小公倍数については，素因数分解されたそれぞれの素因数のうち，

指数が最大のものを選んで，その積を求める。

$24 = 2^3 \cdot 3$

$36 = 2^2 \cdot 3^2$

$90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$

$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = 360$　よって最小公倍数は 360

（検算）

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 24 & 36 & 90 \\ \hline 2 & 12 & 18 & 45 \\ \hline 3 & 6 & 9 & 45 \\ \hline 3 & 2 & 3 & 15 \\ \hline & 2 & 1 & 5 \end{array}$$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

要点７ 互いに素

２つの整数 a，b について，共通な素因数がないとき，a と b は「互いに素」であるという。

このとき，２つの整数 a，b の最大公約数は「　　」である。

（ex）２数９と10について，$9 = 3^2$，$10 = 2 \cdot 5$　より，９と10は互いに素「　　　　」

※互いに素な２つの整数について，以下のことがいえる。

k を整数とする。a，b が互いに素で，ak が b の倍数のとき，k は b の倍数である。

（ex）k を整数とし，$2k$ が３の倍数のとき，

２と３は互いに素より，k は３の倍数である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3

(1)　3 つの整数 28，70，154 の最大公約数および最小公倍数を求めよ。

(2)　a は自然数とする。$a+2$ は 3 の倍数であり，$a+4$ は 4 の倍数であるとき，$a+8$ は 12 の倍数であることを証明せよ。

Point Pickup

最大公約数・最小公倍数

素因数分解が有効。それぞれの数の素因数について

最大公約数　$\Longrightarrow$　共通な素因数のうち，指数が最小のもの

最小公倍数　$\Longrightarrow$　素因数のうち，指数が最大のもの

を選んで，その積を求める。

互いに素である整数の性質

a，b，k を整数とするとき，a，b が互いに素ならば

・ak が b の倍数のとき，k は b の倍数である。

・a の倍数かつ b の倍数である整数は，ab の倍数である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§4 ▶ 余りによる分類

要点整理 と 公式

要点 8 除法の原理

整数の割り算において，次のことが成り立つ。

■ 除法の原理

整数 a を，正の整数 b で割ったときの商を q，余りを r とすると

$$a = bq + r,\ \ 0 \leqq r < b$$

となる整数 q，r がただ 1 通りに決まる。

$r = 0$ のとき，a は b で「割り切れる」といい，$r \neq 0$のときは a は b で割り切れない。

（ex）36 を 7 で割ると，商が 5 で余りが 1

よって 36 = 　　　　　と表される。

要点 9 余りによる整数の分類

整数を 2 で割ったときの余りは 0，1 のいずれかである。

よって，すべての整数は k を整数として $2k$，$2k+1$ の「　　」通りの形で表される。

$2k$ は偶数，$2k+1$ は奇数である。

同様に，整数を 3 で割ったときの余りは 0，1，2 のいずれかである。

よって，すべての整数は k を整数として $3k$, $3k+1$, $3k+2$ の「　　」通りの形で表される。

一般に，すべての整数は，正の整数 m で割ったときの余りによって

mk，$mk+1$，$mk+2$，……，$mk+(m-1)$（k は整数）

の「　　」通りで表される。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ メモ }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

4

n を整数とする。次のことを証明せよ。

n^2+1 は 3 で割り切れない。

Point Pickup

余りによる整数の分類

k を整数とするとき，すべての整数は

2 で割ったときの余りで　$2k$，$2k+1$　の 2 通りに

3 で割ったときの余りで　$3k$，$3k+1$，$3k+2$　の 3 通りに

それぞれ分類できる。

整数に関する証明，とくに倍数や余りに関する問題に有効。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第21講　確認テスト

1　6桁の整数 4659□4 が 9 の倍数となるのは □ = [ア] のときである。

2　$\sqrt{72n}$ が自然数となる最小の自然数 n は n = [イ] である。

また，72 の正の約数の個数は [ウエ] である。

3　3つの整数 60，84，90 の最大公約数は [オ]，最小公倍数は [カキクケ] である。

4　すべての整数は，2 で割った余りによって [コ] 通りに，3 で割った余りで [サ] 通りに分類できる。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ Note }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第22講 ユークリッドの互除法，整数の性質

§1 ユークリッドの互除法

要点整理 と 公式

要点 1 割り算の余りと最大公約数

187 と 119 の最大公約数は 17 である。この 17 を，除法の原理を用いて求めることを考える。

187 を 119 で割ったときの商は 1，余りは 68 である。よって除法の原理より

$187 = 119 \cdot 1 + 68 \cdots$ ①　と表される。この式を変形して，

$68 = 187 - 119 \cdot 1 \cdots$ ②

ここで，②の式は

$68 = 17 \cdot 11 - 17 \cdot 7 \cdot 1$

$\quad = 17 \cdot (11 - 7 \cdot 1)$

と変形できる。この式から，17 は 68 の約数であることがわかる。

よって，187 と 119 の公約数 17 は，119 と 68 の公約数でもある。

つまり，187 と 119 の公約数を a とすると，a は 119 と 68 の公約数でもある。

また，119 と 68 の公約数を b とすると，①より b は 187 の約数であることがわかる。

つまり，119 と 68 の公約数を b とすると，b は 187 と 119 の公約数でもある。

以上より，187 と 119 の公約数と，119 と 68 の公約数は一致する。

したがって，187 と 119 の最大公約数と，119 と 68 の最大公約数は一致する。

一般に，2 つの自然数 a，b の最大公約数について，次のことが成り立つ。

■ **割り算の余りと最大公約数**

自然数 a を自然数 b で割ったときの余りを r とすると

a と b の最大公約数は，b と r の最大公約数に等しい。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

要点2 ユークリッドの互除法

割り算の余りと最大公約数の関係を用いた以下の①と②の手順により 2 つの自然数 a，b の最大公約数を求める方法を「ユークリッドの　　　　」（または略して「互除法」）という。

①　a を b で割ったときの余りを r とする。

②　$r > 0$ のとき，

　　a と b の最大公約数は，b と r の最大公約数に等しい。

　　よって，a を b に，b を r におきかえて，①に戻る。

　$r = 0$ のとき

　　a と b の最大公約数は，b である。

187 と 119 の最大公約数を互除法で求める。

$187 = 119 \cdot 1 + 68$ …（187 と 119 の最大公約数）＝（119 と 68 の最大公約数）

$119 = 68 \cdot 1 + 51$ …（119 と 68 の最大公約数）＝（　　と　　の最大公約数）

$68 = 51 \cdot 1 + 17$ …（68 と 51 の最大公約数）＝（　　と　　の最大公約数）

$51 = 17 \cdot 3 + 0$ … 余りが 0 より，（51と17の最大公約数）＝

よって，187 と 119 の最大公約数は 17

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

1

次の2つの自然数の最大公約数を，互除法を用いて求めよ。

(1)　1008，810　　　(2)　1057，481

Point Pickup

2つの自然数 a，b の最大公約数

素因数分解による方法が困難なときは，「互除法」が有効。

a を b で割った余りを r とすると

（a と b の最大公約数）=（b と r の最大公約数）

これを繰り返し，$r=0$ になったとき，（a と b の最大公約数）$=b$　である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§2　1 次不定方程式

要点整理 と 公式

要点3　1 次不定方程式

a，b，c は整数で，$a \neq 0$，$b \neq 0$ とするとき，x，y の 1 次方程式

$ax + by = c$

を成り立たせる解 x，y は無数に存在する。

よって，この方程式のことを「(2 元) 1 次不定方程式」という。

また，方程式を成り立たせる整数 x，y の組を，この方程式の「　　　　」という。

方程式 $4x - 3y = 0$　の整数解を求める。

この方程式を変形すると　$4x = 3y \cdots$ ①

4，3 は互いに素より，x は　　の倍数である。

よって，$x =$　　（k は整数）　と表される。

このとき①より $4 \cdot 3k = 3y$　よって　$y = 4k$　と表される。

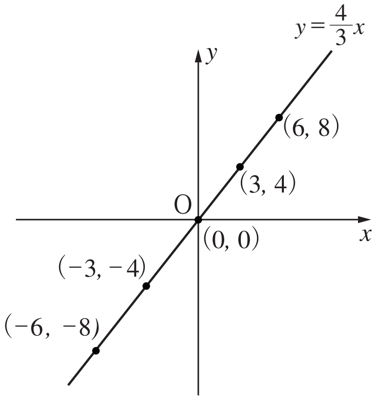
したがって，求める整数解は　　$x = 3k$，$y = 4k$（k は整数）である。

例えば，$k = 0$ のとき $(x, y) = (0, 0)$

　　　$k = 1$ のとき $(x, y) = (3, 4)$ である。

整数 k は無数に存在するので，

方程式 $4x - 3y = 0$ の整数解も無数に存在する。



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

要点 4　$ax+by=1$ の整数解

方程式 $4x-3y=1$ … ① の整数解を求める。

この方程式の整数解の 1 つは $x=1$，$y=$

よって，$4\cdot1-3\cdot1=1$ … ②

①−② より $4(x-1)-3(y-1)=0$

つまり $4(x-1)=3(y-1)$ … ③

4 と 3 は互いに素より，$x-1$ は 3 の倍数である。

よって，$x-1=3k$（k は整数）と表される。

このとき③より $4\cdot3k=3(y-1)$　　$y-1=4k$

したがって，求める整数解は　$x=3k+1$，$y=4k+1$（k は整数）　である。

このように，1 次不定方程式の整数解が 1 つ見つかれば，この方程式を満たす整数解をすべて求めることができる。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2

次の方程式の整数解をすべて求めよ。

(1)　$3x - 5y = 0$　　(2)　$8x + 5y = 1$

Point Pickup

1次不定方程式 $ax + by = 1$ の整数解

⇒　整数解 x, y を1つ見つけ，

それを元の式に代入した式と，元の方程式との差をとる。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§3 ▶ 1 次不定方程式とユークリッドの互除法

要点整理 と 公式

要点 5 1次不定方程式の整数解と互除法

35 と 29 の最大公約数を互除法で求めると，

$35 = 29 \cdot 1 + 6$　…①

$29 = 6 \cdot 4 + 5$　…②

$6 = 5 \cdot 1 + 1$　…③

$5 = 1 \cdot 5 + 0$　…④ より，最大公約数は 1 である。

ここで，余りに注目して①～③を変形すると

③より $1 = 6 - 5 \cdot 1$　… ③′

②より $5 =$　… ②′

①より　… ①′

③′ に②′，①′ をそれぞれ代入すると

$1 = 6 - 5 \cdot 1$

$= 6 - (29 - 6 \cdot 4) \cdot 1 = 6 - 29 \cdot 1 + 6 \cdot 4 = 6 \cdot 5 - 29 \cdot 1$

$= (35 - 29 \cdot 1) \cdot 5 - 29 \cdot 1 = 35 \cdot 5 - 29 \cdot 5 - 29 \cdot 1 = 35 \cdot 5 - 29 \cdot 6$

つまり，$35 \cdot 5 + 29 \cdot (-6) = 1$ と変形できる。

これは，方程式 $35x + 29y = 1$ の解の 1 つが $x = 5$，$y = -6$ であることを表している。

よって，1 次不定方程式 $35x + 29y = 1$ の整数解の 1 つは，35 と 29 に互除法を用いることで求めることができる。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ メモ }

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3

次の方程式の整数解の１つを，互除法を用いて求めよ。

$$42x + 29y = 1$$

Point Pickup

１次不定方程式 $ax + by = 1$ の整数解と互除法

⇒　方程式の整数解の１つが見つからないときは，

a と b に互除法を用いる方法がある。

①　a と b に互除法を繰り返し用いる。余りが１になったら終了。

②　①の式を　(余り)＝(割られる数)－(割る数)×(商)

の形にし，逆にたどる（代入する）。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛解答｝

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§4 整数の性質の活用

要点整理 と 公式

要点6 分数と有限小数，循環小数

有理数 … 分数 $\dfrac{m}{n}$ の形で表される数 (m は整数，n は正の整数)

有理数
- 整数(自然数，0，負の整数) $\dfrac{-4}{2} = -2$
- 有限小数 $\dfrac{7}{4} = 1.75$
- 循環小数 $\dfrac{4}{37} = 0.108108\cdots\cdots = 0.\dot{1}0\dot{8}$

※それ以上約分できない分数を「既約分数」という。

既約分数においては，分母と分子が互いに素である。

有限小数は 必ず $\dfrac{\text{整数}}{10^k}$ の形となっている。　　(ex) $0.246 = \dfrac{246}{}$

$10^k = 2^k \cdot 5^k$ より，有限小数の分母の素因数は 2 と 5 だけである。

逆に，既約分数 $\dfrac{m}{n}$ の分母 n に 2 と 5 以外の素因数があれば，循環小数となる。

要点7 n 進法

ある数を表すとき，これまでは位取りの基礎を 10 とする「10 進法」を使ってきた。

10 進法で表される数(これを 10 進数という)は，まとまりごとに

右から 1，　，　　…… を位とし，各位に 0 から 9 までの　個の数字を用いる。

例えば 10 進法で 1234 と表された数は $1 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10 + 4 \cdot 1$ を意味している。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

位取りの基礎を 2 とする数の表し方を「2 進法」という。2 進法では，位を右から

1，　　，　　^{2}，……とし，各位に 0，1 の　　個の数字を用いる。

（ex）2 進法で 10101 と表された数は $1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2 + 1 \cdot 1$ を表している。

一般に，位取りの基礎を n（$n \geqq 2$）として数を表す方法を「n 進法」，n 進法で表された数を「n 進数」という。n 進数は，その数の右下に（n）をつけて表す。10 進数は普通省略する。

（ex）2 進法で 10101 を表す数は $10101_{(2)}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

4

［1］ $\dfrac{12}{41}$ を循環小数で表したとき，小数第 77 位の数字を求めよ。

［2］（1） 2 進数 $110010_{(2)}$ を 10 進数で表せ。

（2） 10 進数 87 を 2 進数で表せ。

Point Pickup

n 進数 → 10 進数

⇒ n 進数の各位について(位の数字)×(位の表す数)に直し，
その和を求める。

10 進数 → n 進数

⇒ ① 10 進数で表された数を n で割り，その商と余りを求める。

② ①の商を n で割り，その商と余りを求める。
商が 0 になるまで②を繰り返す。

③ ②で出てきた余りを逆順に並べ，最後に①の余りを並べる。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第22講　確認テスト

1 608 を 171 で割ると，商が [ア]，余りが [イウ] である。よって，608 と 171 の最大公約数は，171 と [イウ] の最大公約数に等しい。この考え方に従って割り算を繰り返していくことにより，608 と 171 の最大公約数は [エオ] であることがわかる。

2 $7x-3y=1$ …① の整数解をすべて求める。

この方程式の解の 1 つは　$x=1$，$y=$ [カ] である。よって $7\cdot1-3\cdot$ [カ] $=1$ …②

①−②より　$7(x-1)=3(y-$ [カ] $)$ …③

7 と 3 は互いに素より，$x-1$ は [キ] の倍数である。

よって，$x-1=$ [キ] k（k は整数）　と表される。

このとき③に代入すると　　$y-2=$ [ク] k

したがって，求める整数解は　$x=$ [キ] $k+1$，$y=$ [ク] $k+$ [カ]（k は整数）　である。

3 $\dfrac{3}{7}$ を循環小数で表したとき，小数第 50 位の数字は [ケ] である。

4 2 進数　$11011_{(2)}$ を 10 進数で表すと [コサ] である。

また，10 進数 25 を 2 進数で表すと [シスセソタ]$_{(2)}$ である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ Note }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

テキスト解答

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第12講　事象と確率

1

（1）1個のさいころの目の出方は，1，2，3，4，5，6の6通りあり，どの場合も同様に確からしい。

4以下の目が出る場合は，1，2，3，4の4通りある。

よって，4以下の目が出る確率は $\dfrac{4}{6}=\dfrac{2}{3}$

（2）当たりくじを a_1，a_2，a_3，はずれくじを b_1，b_2 とすると，

くじを1本引くときの場合の数は a_1，a_2，a_3，b_1，b_2 の5通り。

当たりくじを引く場合の数は a_1，a_2，a_3 の3通り。

よって，当たりくじを引く確率は $\dfrac{3}{5}$

（3）2枚の硬貨の表と裏の出方は，積の法則により $2\times2=4$（通り）。

1枚が表，1枚が裏となるのは（表，裏）と（裏，表）の2通り。

よって，求める確率は $\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2}$

2

（1）6人が1列に並ぶ方法は $6!$ 通りある。

このうち，A，B，Cが隣り合う場合の並び方は $3!\times4!$ 通りある。

よって，求める確率は $\dfrac{3!\times4!}{6!}=\dfrac{3\cdot2\cdot1\times4\cdot3\cdot2\cdot1}{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}=\dfrac{1}{5}$

（2）3個の玉の取り出し方は ${}_7C_3$ 通りある。

（i）3個とも赤玉が出る場合は，5個の赤玉から3個取り出す場合で ${}_5C_3$ 通り。

よって，求める確率は $\dfrac{{}_5C_3}{{}_7C_3}=\dfrac{\frac{5\cdot4}{2\cdot1}}{\frac{7\cdot6\cdot5}{3\cdot2\cdot1}}=\dfrac{5\cdot2}{7\cdot5}=\dfrac{2}{7}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

(ii) 赤玉 1 個，白玉 2 個が出る場合は，5 個の赤玉から 1 個，2 個の白玉から 2 個取り出す場合で，${}_5C_1 \times {}_2C_2$ 通り。

よって，求める確率は $\dfrac{{}_5C_1 \times {}_2C_2}{{}_7C_3} = \dfrac{5\times1}{\dfrac{7\cdot6\cdot5}{3\cdot2\cdot1}} = \dfrac{5}{7\cdot5} = \dfrac{1}{7}$

3

(1) 3 枚の札の数がすべて偶数という事象 A と，すべて奇数という事象 B は，互いに排反である。

$P(A) = \dfrac{{}_4C_3}{{}_9C_3} = \dfrac{4}{84}$，　$P(B) = \dfrac{{}_5C_3}{{}_9C_3} = \dfrac{10}{84}$

よって求める確率は，　$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \dfrac{4}{84} + \dfrac{10}{84} = \dfrac{14}{84} = \dfrac{1}{6}$

(2) 3 枚の札の数の和が偶数という事象は，

3 枚の数がすべて偶数である事象 A，2 枚が奇数，1 枚が偶数である事象 C の和事象で，これらは互いに排反である。

$P(A) = \dfrac{4}{84}$，　$P(C) = \dfrac{{}_5C_2 \times {}_4C_1}{{}_9C_3} = \dfrac{40}{84}$

よって求める確率は，$P(A \cup C) = P(A) + P(C) = \dfrac{4}{84} + \dfrac{40}{84} = \dfrac{44}{84} = \dfrac{11}{21}$

4

(1) 左端が男子である確率は $\dfrac{4\times6!}{7!} = \dfrac{4}{7}$

右端が男子である確率は $\dfrac{4\times6!}{7!} = \dfrac{4}{7}$

両端が男子である確率は $\dfrac{{}_4P_2\times5!}{7!} = \dfrac{2}{7}$

よって求める確率は，$\dfrac{4}{7} + \dfrac{4}{7} - \dfrac{2}{7} = \dfrac{6}{7}$

(2) (i) 「少なくとも 1 枚は 1 である」事象の余事象は「2 枚とも 1 でない」事象である。

2 枚とも 1 でない確率は $\dfrac{{}_{16}C_2}{{}_{18}C_2} = \dfrac{120}{153}$

よって求める確率は $1 - \dfrac{120}{153} = 1 - \dfrac{40}{51} = \dfrac{11}{51}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

(ii)「2 枚が異なる数字である」事象の余事象は「2 枚が同じ数字である」事象である。

2 枚が同じ数字である確率は $\dfrac{9}{{}_{18}C_2}=\dfrac{9}{153}$

よって求める確率は $1-\dfrac{9}{153}=1-\dfrac{1}{17}=\dfrac{16}{17}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第13講　独立・反復試行の確率と条件付き確率

1　さいころを投げる各回の試行は独立である。

(1)　$\dfrac{3}{6}\times\dfrac{4}{6}=\dfrac{1}{3}$

(2)　「少なくとも 1 回は奇数の目が出る」事象の余事象は，「2 回とも奇数以外の目が出る」事象である。

2 回とも奇数以外の目が出る確率は　$\dfrac{3}{6}\times\dfrac{3}{6}=\dfrac{1}{4}$

よって，少なくとも 1 回は奇数の目が出る確率は $1-\dfrac{1}{4}=\dfrac{3}{4}$

2　袋 A から玉を 2 個取り出す試行と，袋 B から玉を 2 個取り出す試行は独立である。

取り出した 4 個の中に赤玉が 1 個だけ含まれる事象は，次の［1］，［2］のいずれか。

［1］袋 A から赤玉 1 個と白玉 1 個，袋 B から白玉 2 個を取り出す

［2］袋 A から白玉 2 個，袋 B から赤玉 1 個と白玉 1 個を取り出す

［1］の確率は　$\dfrac{{}_2C_1\times{}_4C_1}{{}_6C_2}\times\dfrac{{}_3C_2}{{}_4C_2}=\dfrac{24}{90}$

［2］の確率は　$\dfrac{{}_4C_2}{{}_6C_2}\times\dfrac{1\times{}_3C_1}{{}_4C_2}=\dfrac{18}{90}$

［1］，［2］は互いに排反であるから，求める確率は $\dfrac{24}{90}+\dfrac{18}{90}=\dfrac{42}{90}=\dfrac{7}{15}$

3

(1)　さいころを 1 回投げるとき，1 の目が出る確率は $\dfrac{1}{6}$ である。

よって，求める確率は　${}_4C_2\left(\dfrac{1}{6}\right)^2\left(\dfrac{5}{6}\right)^2=\dfrac{25}{216}$

(2)　さいころを1 回投げるとき，5 以上の目が出る確率は　$\dfrac{2}{6}=\dfrac{1}{3}$　である。

よって，求める確率は　${}_4C_3\left(\dfrac{1}{3}\right)^3\left(\dfrac{2}{3}\right)^1=\dfrac{8}{81}$

(3)　さいころを1 回投げるとき，偶数の目が出る確率は $\dfrac{3}{6}=\dfrac{1}{2}$ である。

4 回投げて偶数の目が 2 回以上出るのは以下のとき。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

［1］　偶数がちょうど 2 回出る

確率は $_4C_2\left(\dfrac{1}{2}\right)^2\left(\dfrac{1}{2}\right)^2=\dfrac{6}{16}$

［2］　偶数がちょうど 3 回出る

確率は $_4C_3\left(\dfrac{1}{2}\right)^3\left(\dfrac{1}{2}\right)^1=\dfrac{4}{16}$

［3］　偶数が 4 回出る

確率は $\left(\dfrac{1}{2}\right)^4=\dfrac{1}{16}$

［1］,［2］,［3］の事象は互いに排反である。よって，求める確率は

$$\frac{6}{16}+\frac{4}{16}+\frac{1}{16}=\frac{11}{16}$$

4

(1)　1 回目に当たりくじを引く事象を A，2 回目に当たりくじを引く事象を B とする。

求める確率は，A が起こったときの B が起こる条件付き確率であることより，

$$P_A(B)=\frac{3}{19}$$

(2)　事象 A が起こる確率は $P(A)=\dfrac{4}{20}\left(=\dfrac{1}{5}\right)$

よって求める確率は，$P(A\cap B)=P(A)\times P_A(B)=\dfrac{4}{20}\times\dfrac{3}{19}=\dfrac{12}{380}=\dfrac{3}{95}$

(3)　2 回目に当たりくじを引く事象は，次の［1］,［2］のいずれか。

［1］　1 回目に当たり，2 回目も当たる

確率は，(2)より $\dfrac{3}{95}\left(=\dfrac{12}{380}\right)$

［2］　1 回目ははずれ，2 回目は当たる

確率は $P(\overline{A}\cap B)=P(\overline{A})\times P_{\overline{A}}(B)=\dfrac{16}{20}\times\dfrac{4}{19}=\dfrac{64}{380}$

［1］,［2］は互いに排反である。よって，求める確率は

$$\frac{12}{380}+\frac{64}{380}=\frac{76}{380}=\frac{19}{95}=\frac{1}{5}$$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第14講　鋭角の三角比

1

（1）　$AB^2 = 3^2 + 4^2 = 25$ より $AB = 5$

$\sin A = \dfrac{4}{5}$，　$\cos A = \dfrac{3}{5}$，　$\tan A = \dfrac{4}{3}$

（2）　$BC^2 = (2\sqrt{13})^2 - 6^2 = 16$　より　$BC = 4$

$\sin A = \dfrac{4}{2\sqrt{13}} = \dfrac{2}{\sqrt{13}}$，　$\cos A = \dfrac{6}{2\sqrt{13}} = \dfrac{3}{\sqrt{13}}$，　$\tan A = \dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3}$

（3）　$CA^2 = 13^2 - 5^2 = 144$　より　$CA = 12$

$\sin A = \dfrac{5}{13}$，　$\cos A = \dfrac{12}{13}$，　$\tan A = \dfrac{5}{12}$

2

（1）　$\sin 30^\circ = \dfrac{1}{2}$，　$\cos 30^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$，　$\tan 30^\circ = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

（2）　$\sin 45^\circ = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$，　$\cos 45^\circ = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$，　$\tan 45^\circ = 1$

（3）　$\sin 60^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$，　$\cos 60^\circ = \dfrac{1}{2}$，　$\tan 60^\circ = \sqrt{3}$

3

（1）　$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$　より

$$\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta = 1 - \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{15}{16}$$

θ が鋭角より　$\cos\theta > 0$　　　よって $\cos\theta = \dfrac{\sqrt{15}}{4}$

また $\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} = \dfrac{1}{4} \div \dfrac{\sqrt{15}}{4} = \dfrac{1}{4} \times \dfrac{4}{\sqrt{15}} = \dfrac{1}{\sqrt{15}}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

(2)　$1+\tan^2\theta=\dfrac{1}{\cos^2\theta}$ より

$$\frac{1}{\cos^2\theta}=1+\tan^2\theta=1+\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2=1+\frac{5}{4}=\frac{9}{4}$$

よって　$\cos^2\theta=\dfrac{4}{9}$

θ が鋭角より $\cos\theta>0$　　よって $\cos\theta=\dfrac{2}{3}$

また　$\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$ より　$\sin\theta=\tan\theta\ \cos\theta=\dfrac{\sqrt{5}}{2}\times\dfrac{2}{3}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$

4

(1)　$\sin 68^\circ=\sin(90^\circ-22^\circ)=\cos 22^\circ$

(2)　$\cos 75^\circ=\cos(90^\circ-15^\circ)=\sin 15^\circ$

(3)　$\tan 49^\circ=\tan(90^\circ-41^\circ)=\dfrac{1}{\tan 41^\circ}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第15講　三角比の拡張

1

(1)　$\sin 120^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$,　　$\cos 120^\circ = -\dfrac{1}{2}$,　　$\tan 120^\circ = -\dfrac{\sqrt{3}}{1} = -\sqrt{3}$

(2)　$\sin 135^\circ = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$,　　$\cos 135^\circ = -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$,　　$\tan 135^\circ = -\dfrac{1}{1} = -1$

(3)　$\sin 150^\circ = \dfrac{1}{2}$,　　$\cos 150^\circ = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$,　　$\tan 150^\circ = -\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

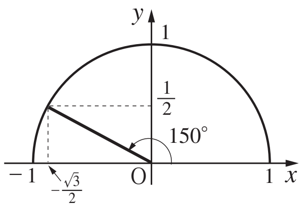
2

(1)　図 1 より $\sin 150^\circ = \dfrac{1}{2}$,　$\cos 150^\circ = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

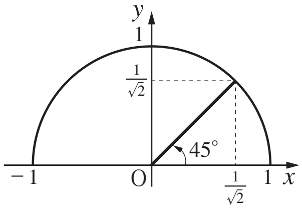
(2)　図 2 より $\sin 45^\circ = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$,　$\cos 45^\circ = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

(3)　図 3 より $\sin 120^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$,　$\cos 120^\circ = -\dfrac{1}{2}$

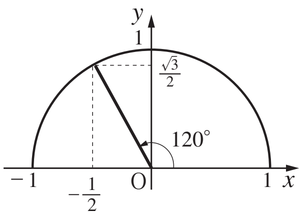
＜図１＞



＜図２＞



＜図３＞

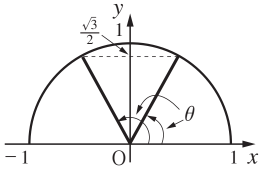


3

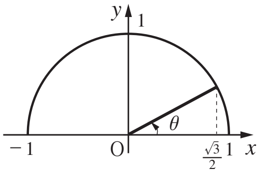
(1)　図 1 より $\theta = 60^\circ$，120°　　(2)　図 2 より $\theta = 30^\circ$

(3)　図 3 より $\theta = 45^\circ$，135°　　(4)　図 4 より $\theta = 120^\circ$

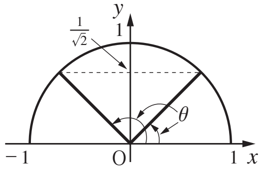
＜図1＞



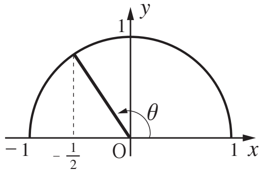
＜図2＞



＜図3＞



＜図4＞



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

4

［1］（1）$\sin 153^\circ = \sin(180^\circ - 27^\circ) = \sin 27^\circ$

（2）$\cos 102^\circ = \cos(180^\circ - 78^\circ) = -\cos 78^\circ$

（3）$\tan 170^\circ = \tan(180^\circ - 10^\circ) = -\tan 10^\circ$

［2］（1）$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ より

$$\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta = 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$$

θ が鋭角のとき，$\cos\theta > 0$

よって $\cos\theta = \frac{3}{5}$　　$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{4}{5} \div \frac{3}{5} = \frac{4}{3}$

θ が鈍角のとき，$\cos\theta < 0$

よって　$\cos\theta = -\frac{3}{5}$　　$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{4}{5} \div \left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{4}{3}$

よって $\cos\theta = \frac{3}{5}$，$\tan\theta = \frac{4}{3}$　　または $\cos\theta = -\frac{3}{5}$，$\tan\theta = -\frac{4}{3}$

（2）$\frac{1}{\cos^2\theta} = 1 + \tan^2\theta = 1 + (-2)^2 = 5$

よって　$\cos^2\theta = \frac{1}{5}$

$\tan\theta < 0$　より θ が鈍角。よって，$\cos\theta < 0$　より $\cos\theta = -\frac{1}{\sqrt{5}}$

$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$　より　$\sin\theta = \tan\theta\cos\theta = (-2) \times \left(-\frac{1}{\sqrt{5}}\right) = \frac{2}{\sqrt{5}}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第16講　正弦定理・余弦定理

1

(1)　$A + B + C = 180°$ より

$A = 180° - B - C = 180° - 45° - 75° = 60°$

正弦定理より　$\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B}$

つまり　$\dfrac{a}{\sin 60°} = \dfrac{5}{\sin 45°}$

よって　$a = \dfrac{5}{\sin 45°} \times \sin 60° = 5 \times \dfrac{\sqrt{2}}{1} \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{5\sqrt{6}}{2}$

正弦定理より　$\dfrac{b}{\sin B} = 2R$　　つまり　$2R = \dfrac{5}{\sin 45°}$

よって $R = \dfrac{5}{\sin 45°} = \dfrac{1}{2} = 5 \times \dfrac{\sqrt{2}}{1} \times \dfrac{1}{2} = \dfrac{5\sqrt{2}}{2}$

(2)　正弦定理より　$\dfrac{c}{\sin C} = 2R$　　つまり　$\dfrac{2\sqrt{3}}{\sin C} = 4$

よって $\sin C = \dfrac{2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$　より　$C = 60°,\ 120°$

2

(1)　余弦定理より

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$

$= 3^2 + 4^2 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \cos 60°$

$= 9 + 16 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dfrac{1}{2} = 13$　　$a > 0$ より　$a = \sqrt{13}$

(2)　余弦定理より $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$

よって　$7^2 = 5^2 + b^2 - 2 \cdot 5 \cdot b \cdot \cos 120°$

$49 = 25 + b^2 - 2 \cdot 5 \cdot b \cdot \left(-\dfrac{1}{2}\right)$

$b^2 + 5b - 24 = 0$

$(b + 8)(b - 3) = 0$　　　$b > 0$　より　$b = 3$

(3)　余弦定理より

$\cos C = \dfrac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

$$=\frac{1^2+(\sqrt{3})^2-(\sqrt{7})^2}{2\cdot1\cdot\sqrt{3}}$$

$$=\frac{-3}{2\sqrt{3}}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$$　　よって $C=150^\circ$

3

(1) $S=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}\cdot4\cdot7\cdot\sin60^\circ=\frac{1}{2}\cdot4\cdot7\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=7\sqrt{3}$

(2) $S=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}\cdot5\cdot3\cdot\sin135^\circ=\frac{1}{2}\cdot5\cdot3\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{15\sqrt{2}}{4}$

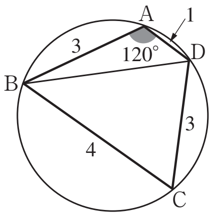
(3) $S=\frac{1}{2}ca\sin B=\frac{1}{2}\cdot5\cdot6\cdot\frac{\sqrt{7}}{4}=\frac{15\sqrt{7}}{4}$

(4) $\cos A=\frac{7^2+8^2-13^2}{2\cdot7\cdot8}=\frac{49+64-169}{2\cdot7\cdot8}=-\frac{56}{2\cdot7\cdot8}=-\frac{1}{2}$

$\sin^2A=1-\cos^2A=1-\left(-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{3}{4}$　　$\sin A>0$ より $\sin A=\frac{\sqrt{3}}{2}$

よって，$S=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}\cdot7\cdot8\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=14\sqrt{3}$

4　対角線BDを引く。



△ABDで余弦定理より

$\mathrm{BD}^2=3^2+1^2-2\cdot3\cdot1\cdot\cos120^\circ=9+1-2\cdot3\cdot1\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)=13$

$\mathrm{BD}>0$ より $\mathrm{BD}=\sqrt{13}$

△BCDで余弦定理より

$\cos\angle\mathrm{BCD}=\frac{4^2+3^2-(\sqrt{13})^2}{2\cdot4\cdot3}=\frac{12}{2\cdot4\cdot3}=\frac{1}{2}$

$\angle\mathrm{BCD}=60^\circ$

よって，$S=\triangle\mathrm{ABD}+\triangle\mathrm{BCD}$

$$=\frac{1}{2}\cdot3\cdot1\cdot\sin120^\circ+\frac{1}{2}\cdot4\cdot3\cdot\sin60^\circ$$

$$=\frac{1}{2}\cdot3\cdot1\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}\cdot4\cdot3\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$=\frac{3\sqrt{3}}{4}+\frac{12\sqrt{3}}{4}=\frac{15\sqrt{3}}{4}$$

（別解）四角形ABCDは円に内接するから

$$D=180^\circ-A=180^\circ-120^\circ=60^\circ$$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

よって，$S = \triangle \mathrm{ABD} + \triangle \mathrm{BCD}$

$$= \frac{1}{2}\cdot 3\cdot 1\cdot \sin 120^\circ + \frac{1}{2}\cdot 4\cdot 3\cdot \sin 60^\circ$$

$$= \frac{1}{2}\cdot 3\cdot 1\cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}\cdot 4\cdot 3\cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{15\sqrt{3}}{4}$$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第17講　データの分析

1

［1］（1）平均値 $\dfrac{228}{5}=45.6$　　中央値 40

（2）平均値 $\dfrac{264}{6}=44$　　中央値 $\dfrac{44+45}{2}=44.5$

［2］（1）16m 以上18m 未満

（2）$\dfrac{16+18}{2}=17$(m)

2

（1）書店 A のデータについて

第 1 四分位数は $Q_1=3$(冊)

第 2 四分位数は $Q_2=\dfrac{4+5}{2}=4.5$(冊)

第 3 四分位数は $Q_3=8$(冊)

四分位範囲は $Q_3-Q_1=5$(冊)，四分位偏差は $\dfrac{Q_3-Q_1}{2}=\dfrac{5}{2}=2.5$(冊)

書店 B のデータについて

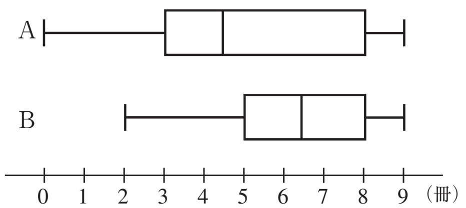
第 1 四分位数は $Q_1=5$(冊)

第 2 四分位数は $Q_2=\dfrac{6+7}{2}=6.5$(冊)

第 3 四分位数は $Q_3=8$(冊)

四分位範囲は $Q_3-Q_1=3$(冊)，　四分位偏差は $\dfrac{Q_3-Q_1}{2}=\dfrac{3}{2}=1.5$(冊)

（2）



（3）書店 A のデータの範囲は　9 − 0 = 9(冊)，書店 B のデータの範囲は　9 − 2 = 7(冊)

よって，範囲，四分位範囲ともに書店 A のデータの方が大きいので，

書店 A のデータの方が散らばりの度合いが大きいと考えられる。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3

(1)　$\bar{x} = \dfrac{1}{8}(1+3+6+5+8+1+6+2) = \dfrac{32}{8} = 4$(冊)

(2)　$s^2 = \dfrac{1}{8}\{(-3)^2+(-1)^2+2^2+1^2+4^2+(-3)^2+2^2+(-2)^2\} = \dfrac{48}{8} = 6$

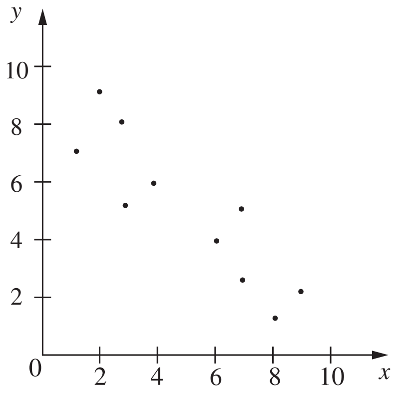
(別解)　$\overline{x^2} = \dfrac{1}{8}(1^2+3^2+6^2+5^2+8^2+1^2+6^2+2^2) = \dfrac{176}{8} = 22$

よって，$s^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2 = 22 - 4^2 = 6$

(3)　$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{6} = 2.449\cdots \fallingdotseq 2.5$(冊)

4

(1)



負の相関関係がある

(2)　強い負の相関関係が見られる。よって，相関係数 r の値は -1 に近い。

したがって，②

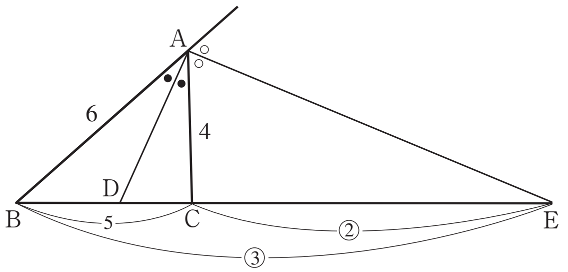
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第18講　三角形と比

1

(1)　$CD = 5 \times \frac{2}{3+2} = 2$

(2)　右図



(3)　CE = x とおくと

$3 : 2 = (5 + x) : x$

$3x = 2(5 + x)$

$x = 10$

よって　CE = 10

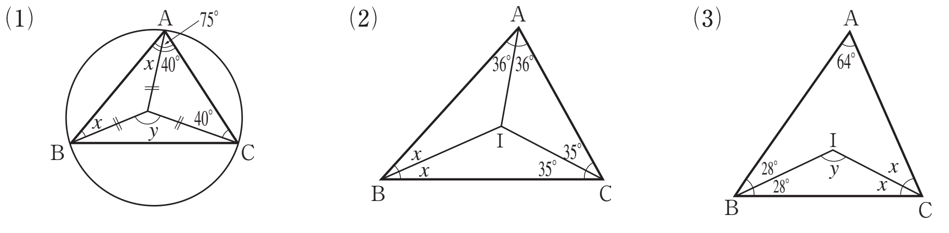
2

(1)　$x = 75° - 40° = 35°$,　　$y = \angle BOC = 2\angle BAC = 2 \times 75° = 150°$

(2)　$2x + 35° + 35° + 36° + 36° = 180°$　$x = 19°$

(3)　$2x + 28° + 28° + 64° = 180°$　　$x = 30°$

$y = 180° - (28° + 30°) = 122°$



3

$8 : x = 2 : 1$　より　$2x = 8$　　$x = 4$

AG : AD = GF : DC　より　$8 : 12 = 4 : DC$　　$8DC = 48$　　$DC = 6$

BD = DC　より　$y = 6$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

4

［1］　チェバの定理より　$\dfrac{BP}{PC}\cdot\dfrac{CQ}{QA}\cdot\dfrac{AR}{RB}=1$

よって　$\dfrac{BP}{PC}\cdot\dfrac{4}{3}\cdot\dfrac{4}{2}=1$　　$\dfrac{BP}{PC}=\dfrac{3}{8}$　　よって　BP：PC ＝ 3：8

［2］（1）　メネラウスの定理より $\dfrac{BP}{PC}\cdot\dfrac{CQ}{QA}\cdot\dfrac{AR}{RB}=1$

よって　$\dfrac{9}{3}\cdot\dfrac{CQ}{QA}\cdot\dfrac{2}{4}=1$　　$\dfrac{CQ}{QA}=\dfrac{2}{3}$　　よって　CQ：QA ＝ 2：3

（2）　メネラウスの定理より　$\dfrac{AB}{BP}\cdot\dfrac{PR}{RC}\cdot\dfrac{CQ}{QA}=1$

よって　$\dfrac{7}{3}\cdot\dfrac{PR}{RC}\cdot\dfrac{2}{3}=1$　　$\dfrac{PR}{RC}=\dfrac{9}{14}$　　よって　PR：RC ＝9：14

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第19講　三角形の辺と角，円

1

［1］(1)　$5 < 12 < 15$ であり，$15 < 5 + 12$ は成り立つ。

よって，3 辺の長さが 5，12，15の三角形は存在する。

(2)　$2 < 3 < 6$ であり，$6 < 2 + 3$ は成り立たない。

よって，3 辺の長さが 6，3，2の三角形は存在しない。

［2］(1)　$\angle B$

(2)　$\angle C = 180° - (60° + 40°) = 80°$　　よって $\angle B < \angle A < \angle C$ より 辺 AB

2

［1］(1)　$x = 100°$，$y = 72°$　　(2)　$x = 60°$，$y = 60°$

［2］①，②

3

［1］$AF = AE = x$ とおくと，

$BF = BD = 5 - x$，$CE = CD = 6 - x$

$BD + CD = BC$ より $(5 - x) + (6 - x) = 7$　　$x = 2$

よって　$AF = 2$

［2］(1)　$x = 36°$，$y = 72°$　　(2)　$x = 20°$，$y = 50°$

4

(1)　$2 \cdot x = 3 \cdot 4$　　$x = 6$

(2)　$3(3 + x) = 2 \cdot 9$　　$3 + x = 6$　　$x = 3$

(3)　$x(x + 5) = 6^2$　　$x^2 + 5x - 36 = 0$　　$(x + 9)(x - 4) = 0$　$x > 0$ より $x = 4$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第20講　図形の性質と作図，空間図形

1

(1)　$9 = 3 + 6$ より，2 円の中心間の距離と半径の和が等しい。

よって，2 円 O，O′ は外接する。また，共通接線の本数は 3 本。

(2)　O′ から OA に垂線 O′H を下ろすと，$OH = 5$

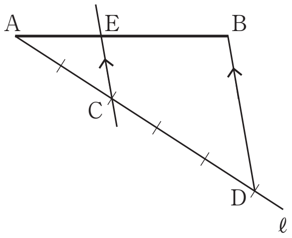
よって，$OO'^2 = OH^2 + O'H^2$ より $13^2 = 5^2 + O'H^2$　$O'H = 12$

したがって，$AB = 12$

2

右図の点 E が線分 AB を 2：3 に内分する点。

平行線の作図は省略。



3

(1)　辺 AD，AE，BC，BF

(2)　辺 AD，AE，DH，EH，BC，BF，CG，FG

(3)　辺 DH，EH，CG，FG

(4)　2 直線 AB，EG のなす角は，2 直線 AB，AC のなす角に等しい。

よって，45°

(5)　面 AEHD，BFGC

4

(1)　正二十面体の面の数は 20 個である。その 1 面に関して，頂点の数は 3 個ある。

ここで，1 つの頂点につき，面は 5 個ずつ集まっていることから，

頂点の数は $\dfrac{3\times 20}{5} = 12$（個）

(2)　正二十面体の 1 面に関して，辺の数は 3 個ある。

ここで，1 つの辺につき，面は 2 個ずつ集まっていることから，

辺の数は $\dfrac{3\times 20}{2} = 30$（個）

(3)　$v - e + f = 12 - 30 + 20 = 2$　より成り立つ。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第21講　約数と倍数

1

［1］ (1) $24 = 1 \cdot 24 = 2 \cdot 12 = 3 \cdot 8 = 4 \cdot 6$ より 1，2，3，4，6，8，12，24

(2) 15，30，45，60，75

［2］ (1) $N = 100a + 10b + c$

$= 99a + 9b + a + b + c$

$= 3(33a + 3b) + a + b + c$

$3(33a + 3b)$ は 3 の倍数より，$a + b + c$ が 3 の倍数ならば N は 3 の倍数になる。

(2) 2854$\square$ が 5 の倍数となるのは $\square = 0$，5 のとき。

$\square = 0$ のとき，$2 + 8 + 5 + 4 + \square = 19 + 0 = 19$　これは 3 の倍数ではない。

$\square = 5$ のとき，$2 + 8 + 5 + 4 + \square = 19 + 5 = 24$　これは 3 の倍数である。

よって，求める数は 5

2

(1) $1400n$ がある自然数の 2 乗になればよい。

$1400 = 2^3 \cdot 5^2 \cdot 7$

よって，求める自然数 n は　$n = 2 \cdot 7 = 14$

(2) $150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$

よって，150 の正の約数の個数は　$2 \times 2 \times 3 = 12$（個）

150 の正の約数の総和は

$(1 + 2^1)(1 + 3^1)(1 + 5^1 + 5^2) = 3 \cdot 4 \cdot 31 = 372$

3

(1) $28 = 2^2 \cdot 7$，$70 = 2 \cdot 5 \cdot 7$，$154 = 2 \cdot 7 \cdot 11$

よって，最大公約数は $2 \cdot 7 = 14$

最小公倍数は $2^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 = 1540$

(2) $a + 2$，$a + 4$ は自然数 k，l を用いて

$a + 2 = 3k$，$a + 4 = 4l$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

と表される。このとき

$a+8=(a+2)+6=3k+6=3(k+2)$

$a+8=(a+4)+4=4l+4=4(l+1)$

よって，$3(k+2)=4(l+1)$

$3(k+2)$は 3 の倍数であり，3 と 4 は互いに素より，$k+2$ は 4 の倍数

よって，自然数 m を用いて $k+2=4m$　と表される。

したがって，$a+8=3(k+2)=3\cdot 4m=12m$　より

$a+8$ は 12 の倍数である。

4

すべての整数は 3 で割った余りによって

$3k,\ 3k+1,\ 3k+2$　（k は整数）

のいずれかの形で表される。

$n=3k$ のとき

$n^2+1=(3k)^2+1=9k^2+1=3\cdot 3k^2+1$

$n=3k+1$ のとき

$n^2+1=(3k+1)^2+1=9k^2+6k+2=3(3k^2+2k)+2$

$n=3k+2$ のとき

$n^2+1=(3k+2)^2+1=9k^2+12k+5=3(3k^2+4k+1)+2$

よって，n^2+1 を 3 で割ったときの余りは 1 か 2 である。

したがって，n^2+1 は 3 で割り切れない。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第22講　ユークリッドの互除法，整数の性質

1

(1) $1008 = 810 \cdot 1 + 198$

$810 = 198 \cdot 4 + 18$

$198 = 18 \cdot 11 + 0$

よって，1008 と 810 の最大公約数は　18

(2) $1057 = 481 \cdot 2 + 95$

$481 = 95 \cdot 5 + 6$

$95 = 6 \cdot 15 + 5$

$6 = 5 \cdot 1 + 1$

$5 = 1 \cdot 5 + 0$

したがって，1057 と 481 の最大公約数は　1

2

(1) $3x - 5y = 0$　を変形すると $3x = 5y$ …①

3 と 5 は互いに素より，x は 5 の倍数である。

よって，$x = 5k$（k は整数）　と表される。

このとき①より $3 \cdot 5k = 5y$　　$y = 3k$

したがって，求める整数解は　$x = 5k$，$y = 3k$（k は整数）　である。

(2) $8x + 5y = 1$ … ①

この方程式の解の 1 つは $x = 2$，$y = -3$

よって $8 \cdot 2 + 5 \cdot (-3) = 1$ … ②

①−②より $8(x - 2) + 5(y + 3) = 0$　つまり $8(x - 2) = -5(y + 3)$ … ③

8 と 5 は互いに素より，$x - 2$ は 5 の倍数である。

よって，$x - 2 = 5k$（k は整数）　と表される。

このとき③より $8 \cdot 5k = -5(y + 3)$　　$y + 3 = -8k$

したがって，求める整数解は　$x = 5k + 2$，$y = -8k - 3$　（k は整数）である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3　42 と 29 に互除法を用いると

$42 = 29 \cdot 1 + 13$ … ①

$29 = 13 \cdot 2 + 3$ … ②

$13 = 3 \cdot 4 + 1$ … ③

ここで，①～③を余りに注目して変形すると

③より　$1 = 13 - 3 \cdot 4$ … ③′

②より　$3 = 29 - 13 \cdot 2$ … ②′

①より　$13 = 42 - 29 \cdot 1$ … ①′

③′に②′を，②′に①′を代入すると

$1 = 13 - 3 \cdot 4$

$= 13 - (29 - 13 \cdot 2) \cdot 4 = 13 - 29 \cdot 4 + 13 \cdot 8 = 13 \cdot 9 - 29 \cdot 4$

$= (42 - 29 \cdot 1) \cdot 9 - 29 \cdot 4 = 42 \cdot 9 - 29 \cdot 9 - 29 \cdot 4$

$= 42 \cdot 9 - 29 \cdot 13$

よって $42 \cdot 9 + 29 \cdot (-13) = 1$　より

方程式 $42x + 29y = 1$　の整数解の 1 つは $x = 9$，$y = -13$ である。

4

［1］ $\dfrac{12}{41} = 0.2926829268 \cdots\cdots = 0.\dot{2}926\dot{8}$

よって，小数点以下で，29268 の 5 個の数字が循環する。

$77 = 5 \cdot 15 + 2$　より，小数第 77 位の数字は，29268 の 2 番目の数字で　9

［2］ (1) $110010_{(2)} = 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2 + 0 \cdot 1 = 32 + 16 + 2 = 50$

(2) 87 を 2 で割ると，商は 43 で余りは 1 … ①

43 を 2 で割ると，商は 21 で余りは 1 … ②

21 を 2 で割ると，商は 10 で余りは 1 … ③

10 を 2 で割ると，商は 5 で余りは 0 … ④

5 を 2 で割ると，商は 2 で余りは 1 … ⑤

2 を 2 で割ると，商は 1 で余りは 0 … ⑥

1 を 2 で割ると，商は 0 で余りは 1 … ⑦

		余り	
2)	87		
2)	43	1	①
2)	21	1	②
2)	10	1	③
2)	5	0	④
2)	2	1	⑤
2)	1	0	⑥
	0	1	⑦

①～⑦の余りを⑦から①まで逆順に並べて，$1010111_{(2)}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

確認テスト解答

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第12講 確認テスト

1 2個のさいころを投げるとき，目の和が6になる確率は $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウ}}}$ である。

2 SCHOOL に含まれる6文字を1列に並べるとき，2つのOが隣り合う確率は $\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である。

3 赤玉5個と白玉3個が入った袋から，同時に2個の玉を取り出すとき，同じ色を取り出す確率は $\frac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{クケ}}}$ である。また，少なくとも1個が白玉である確率は $\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サシ}}}$ である。

4 1から10までの数字が書かれたカードが1枚ずつある。この中から1枚を選ぶとき，カードの数が2の倍数または3の倍数である確率は $\frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セソ}}}$ である。

{解答}

1	ア　5	イ　3	ウ　6				
2	エ　1	オ　3					
3	カ　1	キ　3	ク　2	ケ　8	コ　9	サ　1	シ　4
4	ス　7	セ　1	ソ　0				

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第13講　確認テスト

1　袋 A には赤玉 3 個，白玉 5 個，袋 B には赤玉 4 個，白玉 4 個が入っている。それぞれの袋から玉を 1 個ずつ取り出すとき，両方とも赤玉が出る確率は $\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イウ}}$ である。

2　1 個のさいころを続けて 5 回投げるとき，奇数の目がちょうど 4 回出る確率は $\dfrac{\boxed{エ}}{\boxed{オカ}}$ であり，奇数の目が 4 回以上出る確率は $\dfrac{\boxed{キ}}{\boxed{クケ}}$ である。

3　当たりくじ 5 本を含む 20 本のくじがある。引いたくじはもとに戻さないとして，A，B の 2 人がこの順に 1 本ずつくじを引く。このとき，A が当たる確率は $\dfrac{\boxed{コ}}{\boxed{サ}}$ であり，A がはずれ, B が当たる確率は $\dfrac{\boxed{シス}}{\boxed{セソ}}$ である。さらに, B が当たる確率は $\dfrac{\boxed{タ}}{\boxed{チ}}$ である。

{ 解答 }

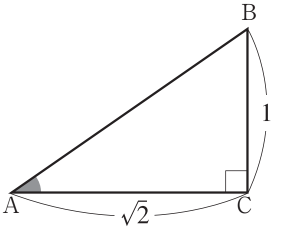
1	ア　3	イ　1	ウ　6			
2	エ　5	オ　3	カ　2	キ　3	ク　1	ケ　6
3	コ　1	サ　4	シ　1	ス　5	セ　7	ソ　6
	タ　1	チ　4				

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第14講　確認テスト

1 右の直角三角形 ABC において

$\sin A = \dfrac{\boxed{ア}}{\sqrt{\boxed{イ}}}$，$\cos A = \dfrac{\sqrt{\boxed{ウ}}}{\boxed{エ}}$，$\tan A = \dfrac{\boxed{オ}}{\sqrt{\boxed{カ}}}$ である。



2 次の $\boxed{キ}$ ～ $\boxed{ソ}$ に当てはまる値を，下の①～⑥から選べ。ただし，同じ番号を選んでもよいものとする。

(1) $\sin 30^\circ = \boxed{キ}$，$\cos 30^\circ = \boxed{ク}$，$\tan 30^\circ = \boxed{ケ}$

(2) $\sin 45^\circ = \boxed{コ}$，$\cos 45^\circ = \boxed{サ}$，$\tan 45^\circ = \boxed{シ}$

(3) $\sin 60^\circ = \boxed{ス}$，$\cos 60^\circ = \boxed{セ}$，$\tan 60^\circ = \boxed{ソ}$，

① $\dfrac{1}{2}$　② $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$　③ $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　④ 1　⑤ $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$　⑥ $\sqrt{3}$

3 (1) θ が鋭角で，$\cos\theta = \dfrac{2}{3}$ のとき，$\sin\theta = \dfrac{\sqrt{\boxed{タ}}}{\boxed{チ}}$，$\tan\theta = \dfrac{\sqrt{\boxed{ツ}}}{\boxed{テ}}$ である。

(2) θ が鋭角で，$\tan\theta = 2$ のとき，$\cos\theta = \dfrac{\boxed{ト}}{\sqrt{\boxed{ナ}}}$，$\sin\theta = \dfrac{\boxed{ニ}}{\sqrt{\boxed{ヌ}}}$ である。

4 次の $\boxed{ネ}$ ～ $\boxed{ハ}$ に当てはまる値を，下の①～③から選べ。

$\sin(90^\circ - \theta) = \boxed{ネ}$，$\cos(90^\circ - \theta) = \boxed{ノ}$，$\tan(90^\circ - \theta) = \dfrac{1}{\boxed{ハ}}$

① $\sin\theta$　② $\cos\theta$　③ $\tan\theta$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛解答｝

1　ア　1　　イ　3　　ウ　6　　エ　3　　オ　1　　カ　2

2　(1)　キ　①　　ク　③　　ケ　⑤

(2)　コ　②　　サ　②　　シ　④

(3)　ス　③　　セ　①　　ソ　⑥

3　(1)　タ　5　　チ　3　　ツ　5　　テ　2

(2)　ト　1　　ナ　5　　ニ　2　　ヌ　5

4　ネ　②　　ノ　①　　ハ　③

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第15講　確認テスト

1 次の ア ～ カ に当てはまる値を，下の①～⑥から選べ。ただし，同じ番号を選んでもよいものとする。

(1) $\sin 120^\circ =$ ア ，　$\cos 120^\circ =$ イ

(2) $\sin 135^\circ =$ ウ ，　$\cos 135^\circ =$ エ

(3) $\sin 150^\circ =$ オ ，　$\cos 150^\circ =$ カ

① $\frac{1}{2}$　② $\frac{1}{\sqrt{2}}$　③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$　④ $-\frac{1}{2}$　⑤ $-\frac{1}{\sqrt{2}}$　⑥ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

2 次の キ ～ ケ に当てはまる値を，下の①～⑥から選べ。

$\tan 120^\circ =$ キ ，$\tan 135^\circ =$ ク ，$\tan 150^\circ =$ ケ

① $\frac{1}{\sqrt{3}}$　② 1　③ $\sqrt{3}$　④ $-\frac{1}{\sqrt{3}}$　⑤ -1　⑥ $-\sqrt{3}$

3 $0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ のとき，次の等式を満たす θ を求めよ。

(1) $\sin\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$　$\theta =$ コサ °， シスセ °　(2) $\cos\theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$　$\theta =$ ソタチ °

4 次の ツ ～ ト に当てはまる値を，下の①～⑥から選べ。

$\sin(180^\circ - \theta) =$ ツ ，$\cos(180^\circ - \theta) =$ テ ，$\tan(180^\circ - \theta) =$ ト

① $\sin\theta$　② $-\sin\theta$　③ $\cos\theta$　④ $-\cos\theta$　⑤ $\tan\theta$　⑥ $-\tan\theta$

5 θ が鈍角で，$\sin\theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$ のとき，$\cos\theta = -\frac{\text{ナ}}{\sqrt{\text{ニ}}}$，$\tan\theta = -$ ヌ である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

1 (1) ア ③　イ ④　(2) ウ ②　エ ⑤
(3) オ ①　カ ⑥

2 キ ⑥　ク ⑤　ケ ④

3 (1) コ 4　サ 5　シ 1　ス 3　セ 5
(2) ソ 1　タ 5　チ 0

4 ツ ①　テ ④　ト ⑥

5 ナ 1　ニ 5　ヌ 2

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第16講　確認テスト

1 (1) △ABC において，$b=3\sqrt{2}$，$A=45^\circ$，$C=105^\circ$ のとき，$a=$ [ア] である。

また，△ABC の外接円の半径は $R=$ [イ] $\sqrt{[ウ]}$ である。

(2) △ABC において，外接円の半径を R とする。

$c=6$，$R=6$ のとき，$C=$ [エオ]°，[カキク]°である。

2 (1) △ABC において，$a=7$，$b=8$，$C=120^\circ$ のとき，$c=$ [ケコ] である。

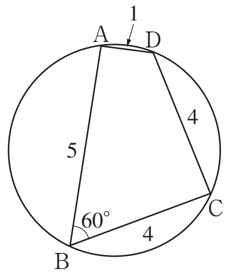
(2) △ABC において，$a=7$，$b=3$，$c=8$ のとき，$A=$ [サシ]°である。

3 (1) △ABC において，$c=4$，$a=5$，$B=30^\circ$ のとき，面積は $S=$ [ス] である。

(2) △ABC において，$a=4$，$b=5$，$c=6$ のとき，$\cos A=\dfrac{[セ]}{[ソ]}$，$\sin A=\dfrac{\sqrt{[タ]}}{[チ]}$，

面積 $S=\dfrac{[ツテ]\sqrt{[ト]}}{[ナ]}$ である。

4 右の図の四角形ABCD の面積は [ニ] $\sqrt{[ヌ]}$ である。



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛解答｝

1	(1)	ア　6	イ　3	ウ　2			
	(2)	エ　3	オ　0	カ　1	キ　5	ク　0	
2	(1)	ケ　1	コ　3				
	(2)	サ　6	シ　0				
3	(1)	ス　5					
	(2)	セ　3	ソ　4	タ　7	チ　4	ツ　1	テ　5
		ト　7	ナ　4				
4	ニ　6	ヌ　3					

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第17講　確認テスト

1 次のデータは，10 人の生徒の小テストの得点である。

18，16，12，6，18，12，16，14，18，20　（単位は点）

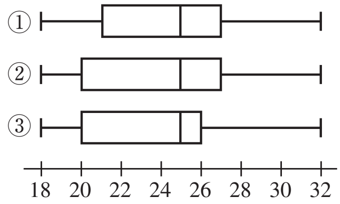
平均値は［アイ］点，中央値は［ウエ］点，最頻値は［オカ］点である。

2 次のデータ について，下の問いに答えよ。

18，19，21，23，25，26，26，28，32

(1) 第 1 四分位数は Q_1 = ［キク］，第 2 四分位数は Q_2 = ［ケコ］，
第 3 四分位数は Q_3 = ［サシ］である。

(2) このデータを箱ひげ図に表したものは右の図の［ス］である。
［ス］にあてはまるものを①～③から選べ。

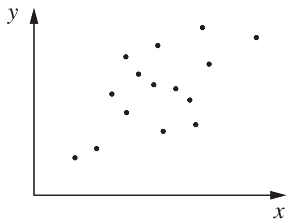


3 変量 x のデータ 11，13，7，11，13，11 について，平均値は $\bar{x}$ = ［セソ］，分散は s^2 = ［タ］，
標準偏差は　s = ［チ］である。

4 右の散布図から，2 つの変量 x，y には［ツ］といえる。
［ツ］にあてはまるものを，下の①～③から選べ。

① 正の相関関係がある　　② 負の相関関係がある

③ 相関はみられない



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

1 ア　1　　イ　5　　ウ　1　　エ　6　　オ　1　　カ　8

2 (1)　キ　2　　ク　0　　ケ　2　　コ　5　　サ　2　　シ　7

(2)　ス　②

3 セ　1　　ソ　1　　タ　4　　チ　2

4 ツ　①

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

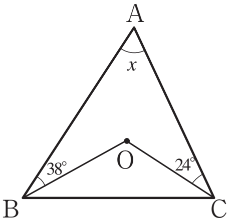
第18講　確認テスト

1 AB = 6，BC = 5，CA = 4 の △ABC において，∠Aの二等分線と辺 BC との交点をD，∠Aの外角の二等分線が直線BC と交わる点をE とする。

このとき，CD = [ア]，CE = [イウ] である。

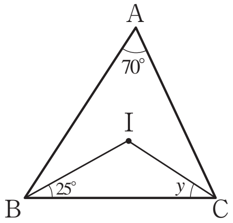
2 下の図において，点 O は △ABC の外心，点 I は △ABC の内心である。x，y を求めよ。

(1)



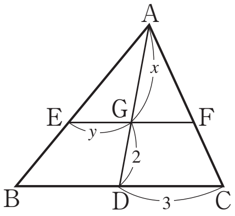
x = [エオ] °

(2)



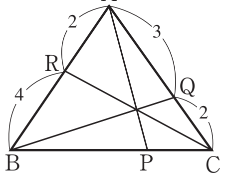
y = [カキ] °

3 右の図において，点 G は △ABC の重心であり，EF // BC である。このとき x = [ク]，y = [ケ] である。



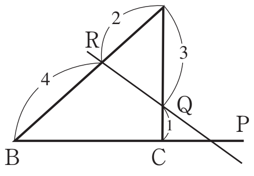
4 下の図で，BP：PC を求めよ。

(1)



BP：PC = [コ]：[サ]

(2)



BP：PC = [シ]：[ス]

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛解答｝

1　ア　2　　イ　1　　ウ　0

2　(1)　エ　6　　オ　2　　(2)　カ　3　　キ　0

3　ク　4　　ケ　2

4　(1)　コ　3　　サ　1　　(2)　シ　6　　ス　1

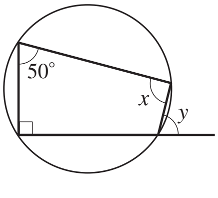
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第19講　確認テスト

1　AB = 3，BC = 2，CA = 4 である △ABC において，3 つの内角のうちもっとも大きいものは ア である。 ア にあてはまるものを下の①～③から選べ。

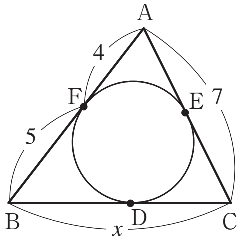
①　∠A　　　②　∠B　　　③　∠C

2　右の図で，x = イウ °，y = エオ ° である。



3　次の図で，x，y の値を求めよ。

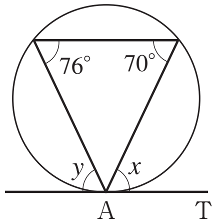
(1)



点 D，E，F は接点とする。

x = カ

(2)

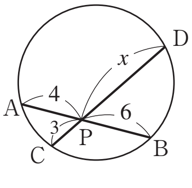


点 A は接点とする。

x = キク °，y = ケコ °

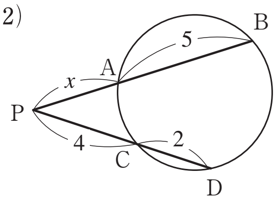
4　次の図で，x の値を求めよ。

(1)



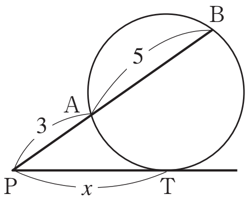
x = サ

(2)



x = シ

(3)



点 T は接点とする。

x = ス $\sqrt{\text{セ}}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

1　ア　②

2　イ　9　　ウ　0　　エ　5　　オ　0

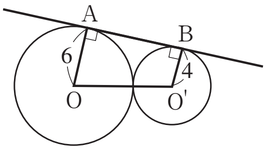
3　(1)　カ　8　　(2)　キ　7　　ク　6　　ケ　7　　コ　0

4　(1)　サ　8　　(2)　シ　3　　(3)　ス　2　　セ　6

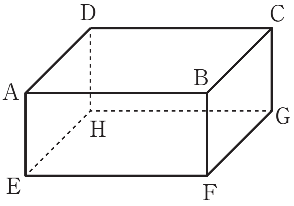
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第20講　確認テスト

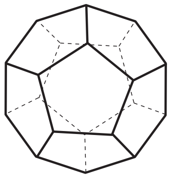
1　右の図で，直線 AB は２つの円O，O′ の共通接線で，A，B は接点である。O，O′ が外接しているとき，
OO′ = [アイ]，AB = [ウ] $\sqrt{[エ]}$ である。



2　右の直方体において，辺 AB と垂直な辺は [オ] 本，
辺 AB とねじれの位置にある辺は [カ] 本ある。
また，AB = $\sqrt{3}$，AD = 1 のとき，AC = [キ] であり，
このとき辺 AD と線分 EG のなす角は [クケ]° である。



3　正多面体は全部で [コ] 種類しかないことが知られている。
正十二面体の頂点の数は [サシ]，辺の数は [スセ] である。



{ 解答 }

1	ア　1	イ　0	ウ　4	エ　6	
2	オ　8	カ　4	キ　2	ク　6	ケ　0
3	コ　5	サ　2	シ　0	ス　3	セ　0

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第21講　確認テスト

1　6 桁の整数 4659□4 が 9 の倍数となるのは □ = ア のときである。

2　$\sqrt{72n}$ が自然数となる最小の自然数 n は n = イ である。
また，72 の正の約数の個数は ウエ である。

3　3 つの整数 60，84，90 の最大公約数は オ ，最小公倍数は カキクケ である。

4　すべての整数は，2 で割った余りによって コ 通りに，3 で割った余りで サ 通りに分類できる。

{ 解答 }

1　ア　8

2　イ　2　ウ　1　エ　2

3　オ　6　カ　1　キ　2　ク　6　ケ　0

4　コ　2　サ　3

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第22講　確認テスト

1　608 を 171 で割ると，商が [ア]，余りが [イウ] である。よって，608 と 171 の最大公約数は，171 と [イウ] の最大公約数に等しい。この考え方に従って割り算を繰り返していくことにより，608 と 171 の最大公約数は [エオ] であることがわかる。

2　$7x - 3y = 1$ … ① の整数解をすべて求める。

この方程式の解の 1 つは　$x = 1$，$y =$ [カ] である。よって $7 \cdot 1 - 3 \cdot$ [カ] $= 1$ … ②

①−②より　$7(x - 1) = 3(y -$ [カ]$)$ … ③

7 と 3 は互いに素より，$x - 1$ は [キ] の倍数である。

よって，$x - 1 =$ [キ]k（k は整数）　と表される。

このとき③に代入すると　　$y -$ [カ] $=$ [ク]k

したがって，求める整数解は　$x =$ [キ]$k + 1$，$y =$ [ク]$k +$ [カ]（k は整数）　である。

3　$\dfrac{3}{7}$ を循環小数で表したとき，小数第 50 位の数字は [ケ] である。

4　2 進数　$11011_{(2)}$ を 10 進数で表すと [コサ] である。

また，10 進数 25 を 2 進数で表すと [シスセソタ]$_{(2)}$ である。

｛解答｝

1　ア 3　イ 9　ウ 5　エ 1　オ 9

2　カ 2　キ 3　ク 7

3　ケ 2

4　コ 2　サ 7　シ 1　ス 1　セ 0　ソ 0　タ 1

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。